

Um estudo sobre o desenvolvimento do raciocínio espacial no ensino médio através da utilização do *software Calques 3D*

George de Souza Alves¹, Adriana Benevides Soares², Cabral Lima¹

¹Instituto de Matemática e Núcleo de Computação Eletrônica – Universidade Federal do Rio de Janeiro

²Instituto de Psicologia – Universidade Gama Filho / Instituto de Psicologia – Universidade Estadual do Rio de Janeiro / Núcleo de Computação Eletrônica – Universidade Federal do Rio de Janeiro

{georgesa, absoares}@posgrad.nce.ufrj.br, clima@nce.ufrj.br

Abstract. *The main objective of the present work was to investigate if the combination of a didactic sequence using the Principle of Cavalieri and the use of a software of dynamic geometry can contribute for the development of the space reasoning in secondary school. The citizens of the research were 70 pupils of the nocturnal period, being that 39 of them had had lessons in a computer science laboratory and 31 had had classic lessons of space geometry. For analysis of the results, tests of reasoning of the BPR-5 battery had been used, besides a test of geometric knowledge on the chosen subject and the notes of the tests with the considered content. The results had shown one better performance between the pupils who had used the computational tool.*

Resumo. *O objetivo central do presente trabalho foi investigar se a combinação de uma seqüência didática utilizando o Princípio de Cavalieri e a utilização de um software de geometria dinâmica pode contribuir para o desenvolvimento do raciocínio espacial no ensino médio. Os sujeitos da pesquisa eram 70 alunos do período noturno de uma escola técnica, sendo que 39 deles tiveram aulas num laboratório de informática e 31 tiveram aulas clássicas de geometria espacial. Para análise dos resultados foram utilizados testes de raciocínio da bateria BPR-5, um teste de conhecimento geométrico sobre o tema escolhido e as notas das provas com o conteúdo proposto. Os resultados mostraram um melhor desempenho entre os alunos que utilizaram a ferramenta computacional.*

1. Introdução

Alguns trabalhos estão preocupados com o desenvolvimento da capacidade da criança para representar objetos geométricos e perceber, criar e visualizar imagens.

Neste trabalho procurou-se verificar se ainda existe alguma forma de alcançar o desenvolvimento desta habilidade na adolescência ou na fase adulta, quando os alunos

muitas vezes apresentam resistências para a utilização de material concreto, o que facilitaria bastante tal tarefa.

Diante das resistências para o uso de material concreto na educação de jovens e adultos, o computador pode ser um importante substituto e constituir-se numa ferramenta que pode prestar uma boa contribuição.

Os sujeitos do estudo descrito neste artigo eram alunos de cursos técnicos da área industrial, setor que exige de seus futuros profissionais uma boa capacitação para o raciocínio espacial, entre outras competências. Daí a preocupação de encontrar caminhos e soluções para o desenvolvimento desta habilidade.

O estudo procurou prestar uma contribuição para a pesquisa sobre o processo de ensino-aprendizagem da geometria, relatando uma experiência documentada em sala de aula e mostrando os ganhos no raciocínio espacial que os alunos podem ter a partir do uso de um *software* de geometria dinâmica.

2. O *software* Calques 3D

O *Calques 3D* é um *software* gratuito de geometria dinâmica destinado à aprendizagem da geometria espacial e está disponível para *download* através da página <http://www.psyc.nott.ac.uk/staff/nvl/Calques3D/download.html>. Ele foi desenvolvido por Nicolas Van Labeke como parte de sua tese de doutorado na Universidade Henri Poincaré, Nantes I em 1999.

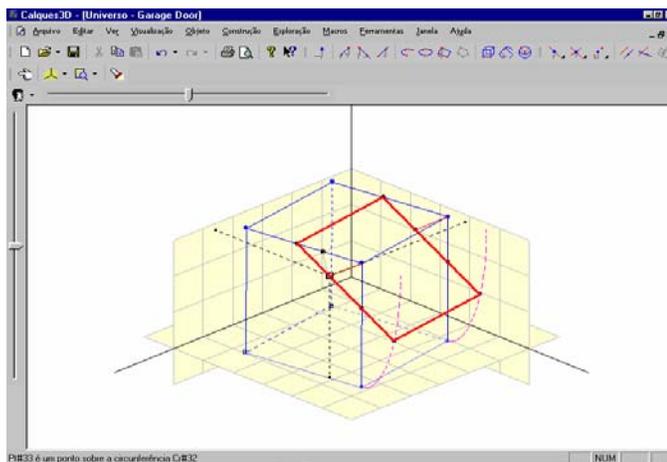


Figura 1: Interface do Calques 3D

O *Calques 3D* foi desenvolvido na linguagem C++ 4.5 e está disponível para PC 486 ou superior e *Windows 3.1* ou *Windows 95/NT* ou superior. Ele é um micro-mundo planejado para a construção, observação e exploração de figuras geométricas espaciais (Van Labeke, 1998).

O usuário tem a possibilidade de ver, observar e compreender o espaço tridimensional, modificando o sistema de referência espacial, escolhendo a perspectiva e

modificando o ponto de vista do observador. Ele também pode realizar uma construção dinâmica de figuras geométricas e explorar e descobrir as propriedades geométricas destas figuras, deformando-as através do “arrastar” de alguns pontos.

A interface deste programa (fig.1) permite um acesso bastante intuitivo e adaptável, pois o aluno não necessita ter uma preparação especial para utilizá-lo e o professor pode decidir, de acordo com a seqüência didática preparada por ele, quais funcionalidades devem estar disponíveis ao estudante.

3. Metodologia

Num *software* de geometria dinâmica, as atividades que estimulam a exploração e a descoberta de invariantes são realizadas através de experiências visuais, proporcionadas, sobretudo, pela precisão e variedade na construção dos objetos geométricos, potencialidades características deste tipo de ferramenta (Alves & Soares, 2003).

Ao abrir um programa de geometria dinâmica, os alunos encontram uma tela em branco com vários recursos disponíveis. A construção do conhecimento pelo aluno ocorre através de investigação, exploração e descoberta e estes *softwares* servem de suporte as suas ações mentais.

Segundo Vergnaud (1985), o conceito de representação é fundamental para analisar a formação de concepções e competências, assim como os processos de transmissão do conhecimento.

Em geometria, as figuras geométricas não são objetos geométricos, mas possuem um significado intuitivo para as pessoas, podendo ser manipuladas mentalmente (representações internas) à medida que os objetos sejam manipulados (representações externas).

O problema do estudo realizado foi investigar se a combinação da seqüência didática escolhida e a utilização de um *software* de geometria dinâmica realmente contribuem para uma melhor representação mental de conceitos e objetos geométricos pelos alunos.

A hipótese de trabalho adotada foi a de que se a geometria dinâmica possibilita que o aluno veja as construções geométricas de diferentes pontos de vista e se o Princípio de Cavalieri permite uma abordagem mais intuitiva para justificar as fórmulas de volume, então os estudantes têm uma melhor compreensão das mesmas e desenvolvem seu raciocínio espacial.

3.1. Sujeitos

Os alunos foram classificados em grupo de controle, constituído por 31 sujeitos que presenciaram aulas clássicas de geometria espacial, e em grupo experimental, constituído por 39 sujeitos que utilizaram a ferramenta computacional dinâmica como auxílio a sua

aprendizagem. Os grupos não foram formados aleatoriamente, pois as turmas tinham a formação definida pela própria escola.

Inicialmente tanto o grupo de controle quanto o grupo experimental tinham 49 sujeitos cada. Para análise deste estudo, porém, foram considerados apenas os alunos que freqüentaram todas as aulas e responderam a todas as entrevistas e testes, reduzindo o grupo de controle para 31 sujeitos (17 da turma de eletromecânica e 14 da turma de mecânica) e o experimental para 39 sujeitos (20 da turma de eletrônica e 19 da turma de eletrotécnica).

O critério de constituição dos grupos para análise foi exclusivamente o de horários disponíveis no laboratório de informática da escola. Como o turno da noite possui 6 tempos de aula e o laboratório fica aberto apenas até o final do quarto tempo, o grupo experimental foi formado pelas turmas de eletrônica e eletrotécnica, que tinham suas aulas de matemática nos dois primeiros tempos, respectivamente às segundas-feiras e às quartas-feiras.

O grupo de controle foi constituído pelas turmas de mecânica e eletromecânica, que tinham aulas de matemática nos dois últimos tempos, respectivamente às segundas-feiras e às quartas-feiras, não havendo mesmo a possibilidade de ter aulas no laboratório, uma vez que o mesmo já está fechado.

Desta forma não houve questionamento em relação à decisão tomada, apenas um inconformismo em relação ao fato do laboratório fechar antes do final do turno.

3.2. Instrumentos

Os instrumentos utilizados para a observação e análise foram um questionário para sondagem e caracterização dos grupos, um teste de conhecimento geométrico, as notas de provas realizadas com o conteúdo proposto durante o terceiro e quarto bimestres letivos de 2004 e os testes de raciocínio verbal, raciocínio abstrato, raciocínio numérico e raciocínio espacial da Bateria de Provas de Raciocínio (BPR-5) da Casa do Psicólogo.

O último deles foi aplicado antes e após o trabalho da sala de aula, a fim de verificar se o desempenho dos alunos havia se modificado com o uso ou não do *software* de geometria dinâmica.

3.3. Procedimentos

O assunto abordado durante as aulas foi o cálculo de volumes dos sólidos mais vistos no currículo do ensino médio.

De acordo com Lima (1991), há três maneiras para a abordagem deste assunto neste nível de ensino: utilizar a apresentação clássica de Euclides e Arquimedes, usar o cálculo infinitesimal ou utilizar o Princípio de Cavalieri.

Dentre as alternativas citadas, o Princípio de Cavalieri “permite uma simplificação notável nos argumentos que conduzem às fórmulas clássicas de volume” (Lima, 1991, p.89) e esta foi, então, a opção adotada durante as aulas.

As seqüências didáticas utilizadas foram baseadas nas propostas de Dante (1999) e Trotta, Imenes & Jakubovic (1980): inicialmente comprova-se a fórmula para o cálculo do volume do paralelepípedo retângulo, em seguida parte-se para a fórmula de um prisma qualquer, para a do cilindro, a de uma pirâmide qualquer, a do cone e, finalmente a da esfera.

As aulas clássicas também não foram completamente tradicionais, pois elas não eram apenas expositivas e, assim como as do laboratório, também foram baseadas em atividades de ensino em que a movimentação das figuras era substituída por desenhos estáticos nas folhas impressas.

4. Resultados

A principal finalidade do estudo, como já visto, foi verificar a influência do uso de um *software* de geometria dinâmica sobre o desenvolvimento do raciocínio espacial e se este desenvolvimento pode interferir em sua aprendizagem da geometria.

Para a análise dos resultados foram consideradas três variáveis: as médias das provas aplicadas durante os bimestres em que as aulas foram realizadas, o desempenho dos alunos no teste de conhecimento geométrico e no teste de raciocínio espacial. Este último teste é que possibilitou verificar a capacidade de visualização dos alunos ou a capacidade de formar representações mentais visuais e manipulá-las.

Um pressuposto básico e importante em qualquer tipo de planejamento é o de que as médias dos grupos não sejam significativamente diferentes no início de um experimento (Macguigan, 1976).

Deste modo, como não se trata de grupos escolhidos ao acaso, o pré-teste de conhecimento geométrico e os testes de raciocínio BPR-5 servem para uma caracterização e comparação dos grupos antes da realização do experimento.

4.1. Média das provas aplicadas

A média obtida pelos sujeitos do grupo de controle foi de 5,86 e a obtida pelos sujeitos do grupo experimental foi de 7,36, aproximadamente 26% superior.

Houve a necessidade de aplicação do teste t para decidir se a diferença entre as médias dos dois grupos era apenas resultado de flutuações casuais ou se foi significativa. No quadro 1, GE indica a média dos sujeitos do grupo experimental e GC a média dos sujeitos do grupo de controle, N indica o número de sujeitos usados na comparação, $df = N - 1$ é o grau de liberdade, t indica a medida de comparação e p é a probabilidade ou nível de significância, cujo valor utilizado pela psicologia experimental é $p < 0,05$.

Quadro 1: Resultados do teste t para as médias das provas aplicadas

GE	GC	N	df	t	p
7,36	5,86	31	30	3,322	0,002

A hipótese nula garante que só há diferença significativa entre os grupos se t não for suficientemente grande, ou seja, se a diferença entre os grupos não for grande demais para ser explicada unicamente a flutuações casuais ou por um erro experimental.

Neste caso recusa-se a aceitar como razoável que a diferença real entre as médias dos dois grupos seja zero e supõe-se que foram utilizadas todas as garantias experimentais adequadas na obtenção destes resultados e conseqüentemente os grupos diferem somente em termos que cada um sofreu um tratamento experimental diferente, pois receberam valores diferentes para a variável independente. Logo esta foi capaz de influir nas medidas da variável dependente e este é justamente o objeto do experimento (MacGuigan, 1976).

Conforme os resultados apresentados no quadro 1, pode-se rejeitar a hipótese nula no caso das médias apresentadas, já que $t = 3,322$ e $p = 0,002 < 0,05$, mostrando que a diferença obtida pode ser atribuída ao fato dos grupos terem sofrido tratamento experimental diferenciado.

4.2. Teste de conhecimento geométrico

O teste de conhecimento geométrico foi aplicado antes (pré-teste) e depois das aulas (pós-teste) realizadas.

Numa análise inicial percebe-se uma superioridade no desempenho do grupo experimental sobre o grupo de controle. Quando são analisadas as médias de acertos no pré-teste, o grupo de controle apresenta desempenho de 42,80% passando para 53,54% no pós-teste. O crescimento foi de 25,09%.

No grupo experimental houve uma média inicial de 43,59% de acertos no pré-teste e de aproximadamente 62,90% no pós-teste, demonstrando um ganho de 44,30%. Portanto superior ao do grupo de controle.

Quando o teste t é aplicado para comparar a variação do desempenho dos grupos no pré e pós-teste, os resultados apontam para diferenças de desempenho significativas nos dois casos, pois $t = 9,909$ e $p = 0,000 < 0,05$ para o grupo experimental e $t = 7,835$ e $p = 0,000 < 0,05$ para o grupo de controle (quadro 2). Observa-se que os resultados fornecidos pelo *software* SPSS são aproximados até a casa de milésimos.

Quadro 2: Resultados do teste t comparando o pré e pós-teste de conhecimento geométrico para o grupo experimental (GE) e grupo de controle (GC)

	Pré-teste	Pós-teste	N	df	t	p
GE	43,59%	62,90%	39	38	9,909	0,000
GC	42,81%	53,55%	31	30	7,835	0,000

O resultados do quadro 3 indicam que antes do início da experiência em sala de aula não havia diferença significativa entre os grupos, já que $t = 0,141$ e $p = 0,89 > 0,05$. Entretanto, quando foram comparadas as médias das provas aplicadas ao final de cada etapa

do estudo, pode-se considerar que houve significância na diferença entre os grupos, já que $t = 3,063$ e $p = 0,05$. Mesmo que valor não seja menor que $0,05$ parece razoável rejeitar a hipótese nula neste caso.

Observa-se que as médias obtidas pelos dois grupos não são excelentes, pois não ultrapassaram 65% de acertos do pós-teste, mas os resultados dos testes de raciocínio da bateria BPR-5 indicaram que a grande maioria dos sujeitos dos dois grupos possui uma capacidade abaixo do que seria esperado nesse nível de escolaridade para resolver problemas que requerem a análise das informações apresentadas pela situação, o cruzamento das informações, a criação de concepções abstratas e a dedução de respostas para o problema a partir destas concepções.

Quadro 3: Resultados do teste t comparando os grupo experimental e grupo de controle a partir das médias de acertos no teste de conhecimento geométrico no pré e pós-teste

	GE	GC	N	df	t	p
Pré-teste	43,22%	42,80%	31	30	0,141	0,89
Pós-teste	63,64%	53,54%	31	30	3,063	0,05

Os resultados apresentados no quadro 2 podem indicar que a utilização da seqüência utilizando o Princípio de Cavalieri, com ou sem o uso do *software* de geometria dinâmica, já traz ganhos significativos para o desempenho dos alunos, porém no quadro 3, quando os dois grupos foram comparados no pós-teste, verificou-se que o desempenho do grupo experimental foi significativamente melhor que o do grupo de controle.

4.3. Teste de raciocínio espacial

O teste de raciocínio espacial foi de grande importância para a verificação da hipótese geral estabelecida no estudo realizado: a de que a geometria dinâmica contribui para a representação mental de objetos e conceitos geométricos e para o desenvolvimento do raciocínio espacial dos alunos.

A primeira comparação realizada foi aquela que confronta o desempenho dos dois grupos no teste de raciocínio espacial, antes e após a realização das aulas. Através do quadro 4 é possível verificar que antes da realização do presente trabalho de campo a hipótese nula não poderia ser descartada, ou seja, não havia diferença significativa entre os grupos, pois $t = 0,948$ e $p = 0,351 > 0,05$.

Após as aulas, segundo a aplicação do teste t, a diferença entre os grupos permaneceu não sendo significativa, pois $t = 1,734$ e $p = 0,093 > 0,05$. Ainda assim é possível perceber que o valor do parâmetro p apresentou uma grande melhora aproximando-se bastante do valor de corte adotado pela psicologia experimental.

Quadro 4: Resultados do teste comparando o grupo experimental (GE) com o grupo de controle (GC) no teste de raciocínio espacial

	GC	GE	N	df	t	p
Pré-teste	38,99	45,25	31	30	0,948	0,351
Pós-teste	42,19	53,93	31	30	1,734	0,093

Quando o teste t é aplicado aos resultados obtidos pelos sujeitos dos dois grupos, antes e após as aulas ministradas, observa-se que no grupo experimental houve ganho significativo, já que $t = 3,846$ e $p = 0,000 < 0,05$. A hipótese nula pode, portanto, ser descartada neste caso. No entanto, no grupo de controle não é possível considerar que tenha havido um ganho significativo, pois $t = 1,696$ e $p = 0,100 > 0,05$ e deste modo, não a hipótese nula não deve ser descartada. Ver quadro 5.

Quadro 5: Resultados do teste t comparando o pré e pós-teste de raciocínio espacial no grupo de controle (GC) e no grupo experimental (GE)

	Pré-teste	Pós-teste	N	df	t	p
GC	38,39	42,19	31	30	1,696	0,100
GE	42,92	51,84	39	38	3,846	0,000

5. Considerações Finais

O estudo aqui apresentado procurou compreender de que forma o uso do computador, em conjunto com uma seqüência didática adequada, poderia auxiliar na melhoria do raciocínio espacial de alunos do ensino médio de uma escola pública.

Os resultados mostraram que os sujeitos que pertenciam ao grupo experimental obtiveram um desempenho significativamente superior em relação aqueles do grupo de controle no pós-teste de conhecimento geométrico e na média das provas aplicadas. No pós-teste de raciocínio espacial esta diferença não chegou a ser significativa, mas houve uma grande aproximação do valor do grau de significância dos resultados em relação ao valor de corte adotado pela psicologia experimental (0,05), quando o valor obtido no pré-teste é comparado com o obtido no pós-teste (inicialmente este valor foi de 0,351 passando a 0,093).

Um fator que pode ter sido interveniente nos resultados e ter contribuído para que a diferença não chegasse a ser tão significativa foi a utilização da seqüência didática com o Princípio de Cavalieri tanto com o grupo de controle quanto com o grupo experimental e o freqüente incentivo para a participação dos alunos através de interações entre eles e deles com o professor nas duas situações de sala de aula.

Deve ser ressaltado, entretanto, que além de possibilitar a melhoria do desempenho dos alunos e de seu interesse pelas aulas de geometria, o uso da geometria dinâmica pode trazer uma importante contribuição para o próprio currículo de matemática tanto do ensino fundamental quanto do médio, pois as aulas com o uso destes *softwares* certamente exigirão

mais tempo para formalização dos conceitos e muito planejamento das atividades por parte do professor.

6. Referências Bibliográficas

Almeida, L.S.; Primi, R. (2000) .Manual Técnico – Bateria de Provas de Raciocínio. São Paulo: Casa do Psicólogo.

Alves, G.S.; Soares, A.B. (2003). “Geometria Dinâmica: um estudo de seus recursos, potencialidades e limitações através do *Software Tabulae*”. In: XXIII Congresso da Sociedade Brasileira de Computação – IX Workshop de Informática na Escola. Campinas: Unicamp. 2003, pp. 275-286.

Dante, L.R. (1999). Matemática – Contexto e Aplicações, vol. 2, Ática, São Paulo.

Lima, E.L. (1991). Medida e forma em Geometria: comprimento, área, volume e semelhança, Grafitex – Coleção do Professor de Matemática, Rio de Janeiro.

MCguigan, F.J.(1976). Psicologia Experimental – Uma Abordagem Metodológica. São Paulo: Editora Pedagógica Universitária (EPU), 436p.

SPSS. Disponível em <http://www.spss.com/downloads/> . Acesso em 05/08/2004.

Trotta, F., Imenes , L.M.P.& Jakubovic, J. (1980). Matemática Aplicada, vol.3, Moderna, São Paulo.

Van Labeke, N. (1998). “Calques 3D: a microworl for spatial geometry learning”. In: ITS'98 - System Demonstrations, San Antonio (Texas), August 16-19. Disponível em http://www.psyc.nott.ac.uk/staff/nvl/docs/its_sd1998.pdf . Acesso em 08/02/2005.

Vergnaud, G. (1985). “Conceitos e esquemas numa teoria operatória da representação”. Trad. Anna Franchi e Dione Luchesi de Carvalho. In: Psychologie Française, nº 30-3/4, pp.245-252.