

## Cartas Interativas: desenvolvendo o pensamento algébrico mediado por um software educativo.

José Aires de Castro Filho<sup>1</sup>, Laécio Nobre de Macedo<sup>2</sup>, Monalisa de Abreu Leite<sup>2</sup>, Raquel Santiago Freire<sup>2</sup>

Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira – Projeto Álgebra Interativa -  
Universidade Federal do Ceará. Campus do picí, Instituto UFC Virtual- bloco 901 - 1º andar,  
CEP: 60455-760

[www.vdl.ufc.br/oa](http://www.vdl.ufc.br/oa)

[j.castro@ufc.br](mailto:j.castro@ufc.br), {laecio2003, monalisaabreu, raquelufc} @yahoo.com.br

**Abstract.** *The present work investigated the development of strategies by students while using an educational software called Interactive Cards. The study also verified the relationship between the strategies found and the algebraic reasoning. The research was conducted with six middle school students (6<sup>th</sup>, 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> grades) from a public school. Researchers conducted clinical interviews with individual students while they solved the problems proposed by the software. The results indicate a development of thinking skills related to the algebraic reasoning such as: use of symbols to represent unknown quantities and procedures to solve equations and inequalities.*

**Resumo.** *O presente estudo investigou o desenvolvimento de estratégias utilizadas por alunos durante a utilização de um software educativo, intitulado Cartas Interativas, e a relação dessas estratégias com o pensamento algébrico. A pesquisa foi realizada com seis alunos de 6<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries de uma escola pública da cidade de Fortaleza. Os pesquisadores realizaram entrevistas clínicas individuais com os alunos durante o uso do software. Os resultados obtidos indicam que os alunos desenvolveram características próprias do pensamento algébrico como: uso de símbolos para representar valores desconhecidos e procedimentos de montagem e resolução de equações e inequações.*

## 1. Introdução

A Álgebra é um conteúdo capaz de desenvolver a habilidade de abstração e generalização e é uma poderosa ferramenta para resolver problemas matemáticos e científicos (Brasil, 1998; Da Rocha Falcão, 1993). Apesar de sua importância, os alunos ainda apresentam dificuldades na aprendizagem da álgebra, conforme demonstrado por dados recentes do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica - SAEB (Brasil, 2003; Castro-Filho et al, 2004). As dificuldades são em parte devido à diferença entre o pensamento aritmético e o pensamento algébrico. Lins e Gimenez (1997) afirmam que a álgebra e a aritmética podem lidar com os mesmos problemas, mas utilizam procedimentos e instrumentos conceituais diferentes. Enquanto a aritmética enfatiza a obtenção de respostas através de cálculos, a álgebra prioriza a representação do problema através de equações e só posteriormente a realização dos cálculos sobre as equações (Lessa, 1996). Uma outra dificuldade é provocada pela forma como a álgebra é ensinada na escola, que enfatiza as regras para manipulação mecânica de símbolos e resolução de equações (Lins e Gimenez, 1997, Brasil, 1998).

Vários estudos sobre o campo conceitual da álgebra indicam a possibilidade de desenvolver conceitos algébricos através do uso de situações cotidianas da vida do educando (ex: balança de dois pratos) e de seqüências didáticas elaboradas especificamente para o estudo da álgebra. (Vergnaud & Cortez, 1986; Carraher & Schliemann, 1988; Meira, 1996; Lessa, 1996; Da Rocha Falcão, 1993). Os Parâmetros Curriculares Nacionais apontam para a importância de propor situações que levem o aluno a construir as noções algébricas por meio da observação de regularidades (Brasil, 1998).

Outros estudos têm investigado a aprendizagem de conceitos matemáticos com o auxílio de ferramentas interativas (Carraher, 1992, Castro-Filho et al, 2003). Tais pesquisas apontam que o uso de softwares educativos permite a ligação entre múltiplas representações de um conceito, ampliando o repertório de compreensão dos alunos (Gomes et al, 2003).

O presente trabalho investigou o desenvolvimento de estratégias utilizadas pelos alunos durante a manipulação de um software educativo denominado Cartas Interativas (Castro-Filho, 2002) e o modo como essas estratégias se relacionam com o pensamento algébrico.

## 2. Metodologia

A metodologia utilizada no trabalho teve como base procedimentos qualitativos e foi realizada numa escola pública municipal da cidade de Fortaleza. Os detalhes metodológicos serão descritos a seguir.

### 2.1. População participante

A amostra foi composta por seis alunos da 6<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> série, sendo dois alunos de cada turma. O grupo era formado por 3 meninas e 3 meninos com média de idade equivalente a 13 anos. Dois dos alunos que participaram da pesquisa utilizaram o programa até o terceiro nível e os demais até o quinto nível.

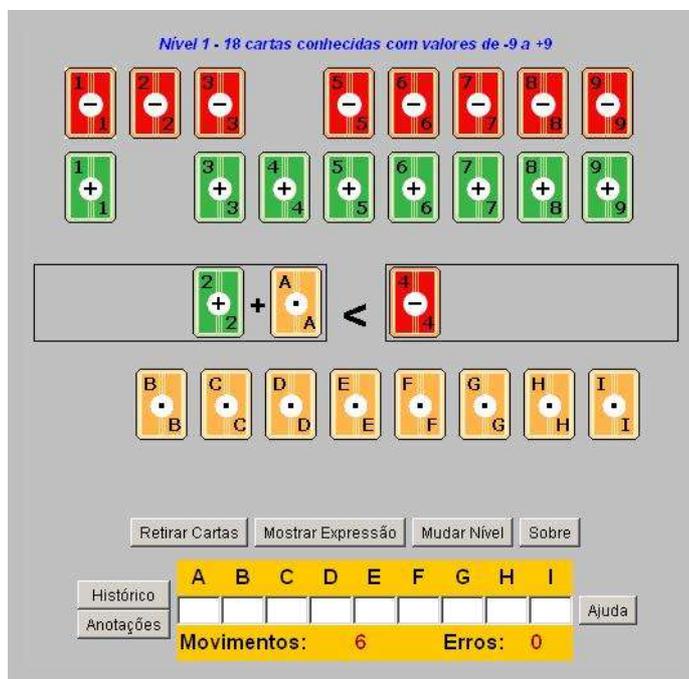
### 2.2. Material: o software Cartas Interativas

O software Cartas Interativas possui nove cartas desconhecidas (letras que vão do A ao I) e cartas conhecidas, cuja quantidade varia dependendo do nível de dificuldade. O objetivo é descobrir as cartas desconhecidas, através do estabelecimento de relações de igualdade e

desigualdade entre as cartas do jogo (conhecidas e desconhecidas), com o menor número de movimentos possíveis. O software possui um tabuleiro com duas áreas onde as cartas conhecidas e desconhecidas podem ser colocadas (Figura 1). Em cada lado da área de comparação podem ser colocadas no máximo 4 cartas simultaneamente.

Entre as áreas aparece um símbolo com o resultado das relações existentes entre as cartas que estão em jogo. O programa apresenta três resultados possíveis: maior (>), menor (<) ou igual (=). Por exemplo: se o aluno escolher a carta A e depois de alguns movimentos souber que  $A > 7$  e  $A < 9$ , então, concluirá que o único valor a ser atribuído a essa carta é o número 8. O programa possui cinco níveis em que o número de valores conhecidos diminui gradativamente. A cada nível haverá nove cartas desconhecidas a serem descobertas. O valor de cada carta desconhecida varia de -9 a +9 incluindo o 0 (zero). Os seus valores são escolhidos aleatoriamente a cada início de nível e não existem duas cartas desconhecidas com o mesmo valor. No nível um, todas as cartas conhecidas podem ser usadas na comparação. No nível dois, apenas nove cartas conhecidas estarão disponíveis para o jogador. As cartas terão sempre a seqüência de valores positivos e negativos alternados (ex: +1, -2, +3, -4 etc ou -1, +2, -3, +4 etc). No nível três, também haverá nove cartas disponíveis, mas se uma carta representando um valor estiver disponível, a carta com o seu valor simétrico não estará disponível. Esses valores serão aleatórios. Nos níveis quatro e cinco, há disponível respectivamente oito e seis cartas conhecidas, aleatórias.

O programa apresenta outros recursos, tais como, os botões mostrar expressão, retirar cartas, histórico e anotações que têm por finalidade auxiliar o aluno no uso do software. O botão "Mostrar expressão", permite representar matematicamente a relação entre as cartas que estão sobre a área de comparação.



**Figura 1 – Programa Cartas Interativas**

### 2.3. Procedimentos

Os alunos participaram de entrevistas individuais, baseadas no método clínico de Piaget (Carraher, 1989), durante a utilização do software. Os sujeitos iniciavam a utilização do

software no nível um e após resolvê-lo inteiramente, tinham a opção de repeti-lo ou passar para o próximo nível. O mesmo procedimento foi utilizado para todos os níveis. No decorrer das entrevistas, os alunos eram questionados sobre a escolha das estratégias utilizadas para resolver as tarefas no programa Cartas Interativas, bem como sobre a validade dessas estratégias para proporcionar um número menor de movimentos. Os pesquisadores também fizeram observações sobre as dificuldades encontradas durante a utilização do software. As formas de resolução encontradas foram agrupadas em categorias de estratégias e o número de movimentos em cada nível foi anotado. Quando um aluno repetia um determinado nível, era registrado a média do número de movimentos. Enquanto o aluno utilizava o software, o próprio programa registrava os dados de cada movimento em um arquivo de texto chamado LOG.

Na análise dos dados utilizou-se a transcrição das entrevistas, gravadas em fitas k7, e a verificação dos arquivos de LOG utilizando um programa, chamado Restaurador, que carrega o arquivo de LOG e reproduz passo a passo, a seqüência de movimentos realizada pelo aluno. Esse programa possui ainda botões para avançar, voltar e parar a reprodução dos movimentos que foram gravados.

### 3. Resultados e discussão

Os resultados obtidos nesse estudo serão divididos em duas sessões. Primeiramente serão destacadas a classificação das estratégias encontradas e a quantificação dessas estratégias divididas pelos níveis do programa Cartas Interativas. Em seguida, será apresentada a análise do número de movimentos realizados pelos alunos durante a utilização do programa.

#### 3.1. Estratégias encontradas

Destacamos a seguir algumas das estratégias utilizadas pelos alunos durante a manipulação do software:

**Busca pela Metade:** consiste em iniciar cada teste de uma nova carta com o número que corresponde aproximadamente à metade dos valores possíveis. Por exemplo, ao tentar descobrir o valor da carta A, o aluno inicia o teste com a carta 1. Neste caso, o programa apresenta três possibilidades para o valor da carta A: maior, menor ou igual. Sendo o valor da carta A igual a 1, o aluno encontrou a solução do problema. Se o valor da carta A for maior que 1, ele será um valor positivo compreendido entre o intervalo 2 a 9. Entretanto, se o valor da carta for menor que 1, ele será zero ou um número negativo pertencente ao intervalo  $-1$  a  $-9$ . Essa estratégia permite ao aluno diminuir em cerca de 50% o número de testes realizados para descobrir o valor das cartas desconhecidas.

**Teste do Valor Intermediário:** esta estratégia é utilizada quando apenas três valores são possíveis para a carta desconhecida. Por exemplo, se o valor da carta desconhecida variar entre 1, 4 e 6, o aluno poderia utilizar o valor intermediário 4. Se a carta A fosse maior que 4, ela só poderia ser 6, se menor que 4 ela seria o valor 1. Dessa forma, com apenas um teste é possível descobrir o valor da carta desconhecida. O uso dessa estratégia requer planejamento e demonstra que o aluno não está utilizando o programa de forma aleatória.

**Uso de Cartas Desconhecidas:** consiste em utilizar cartas desconhecidas após seus valores terem sido descobertos. Essa estratégia passa a ser utilizada à medida que o número de cartas conhecidas vai diminuindo, ou seja, nos níveis mais elevados, como no nível quatro.

**Soma de Valores Conhecidos:** fundamenta-se na soma das cartas cujos valores são conhecidos para substituir as cartas que estão faltando no jogo. Por exemplo, se quisermos testar o valor  $-4$  e não tivermos essa carta no tabuleiro, podemos somar  $-6$  a  $+2$ .

**Análise de Intervalo:** nesse caso, busca-se verificar os valores que já saíram e concluir em que intervalo possível, os valores estão compreendidos. Por exemplo, caso um aluno descubra, através da manipulação do programa, que o valor de H é um número maior que 5 e menor que 9, ele poderá analisar esse intervalo, observar que números já saíram para tentar concluir qual o valor da incógnita.

**Combinação de Estratégias:** consiste em combinar duas das estratégias anteriores para descobrir o valor desconhecido.

Para encontrar um valor desconhecido, o aluno poderia utilizar várias estratégias e/ou uma mesma estratégia várias vezes. A tabela 1 indica a média de quantas vezes cada estratégia foi utilizada em cada nível por todos os alunos.

Estratégias	NÍVEIS				
	Um	Dois	Três	Quatro	Cinco
Busca pela metade	29	42,5	46,5	32	21,5
Análise de intervalo	12,8	17	22,5	13,7	14
Teste do valor intermediário	4,3	2,5	1	6,5	3
Soma de valores conhecidos	5,3	11,5	13	10,3	16
Combinação de estratégias	3,7	2	3	11	17
Uso de cartas conhecidas	0	0	3	3	0
<b>Total</b>	<b>55,1</b>	<b>75,5</b>	<b>89</b>	<b>76,5</b>	<b>71,5</b>

**Tabela 1. Frequência média das estratégias por nível.**

No primeiro nível, observamos que a estratégia mais utilizada foi a busca pela metade. Isso ocorre porque todas as vezes que os alunos vão descobrir o valor de uma nova carta, utilizam essa estratégia para eliminar a metade dos valores possíveis. A segunda estratégia mais utilizada é a análise do intervalo, pois nesse nível o aluno ainda possui muitas cartas conhecidas para poder analisar o intervalo das cartas desconhecidas. A estratégia uso de cartas conhecidas não foi utilizada nesse nível. Os alunos não precisam utilizar essa estratégia, visto que nesse nível estão disponíveis todas as cartas conhecidas.

Nos segundo e terceiro níveis do programa, a estratégia busca pela metade continua sendo a mais utilizada. As frequências utilizadas no segundo nível possuem um padrão semelhante às estratégias utilizadas no primeiro nível, não apresentando diferenças marcantes. No entanto, podemos perceber uma tendência para o aumento das estratégias soma das cartas conhecidas. Isto acontece devido à pequena quantidade de cartas disponíveis no tabuleiro para que o aluno descubra as cartas desconhecidas, precisando, assim, somar as cartas para tentar descobrir o seu valor. A mesma explicação também pode ser atribuída ao aumento da estratégia análise de intervalo.

A estratégia busca pela metade ainda continua sendo a mais utilizada no quarto nível. Podemos perceber um aumento da frequência no uso de combinação de estratégias, pois nesse nível do programa o aluno possui apenas oito cartas para encontrar o valor de nove cartas desconhecidas, necessitando utilizar ao mesmo tempo várias estratégias para conseguir descobrir o valor da carta desconhecida.

No quinto nível, a estratégia soma de cartas conhecidas aparece com uma grande frequência. Isso acontece devido ao baixo número de cartas conhecidas nesse nível do programa. Sendo assim, o aluno precisa somar as cartas para descobrir o valor das cartas

desconhecidas. A estratégia uso de cartas conhecidas não aparece isoladamente. Entretanto, essa estratégia aparece várias vezes combinadas com outras estratégias.

A identificação e categorização das estratégias utilizadas pelos alunos nos levam a concluir que a utilização do software Cartas Interativas não se deu apenas por ensaio e erro. Os alunos, na maioria dos casos, estavam conscientes de que as estratégias utilizadas na resolução de problemas que envolvem incógnitas eram condizentes com o objetivo traçado no início da utilização do programa que era o de conseguir o maior percentual de acertos possíveis com o menor número de movimentos, conforme indica a análise a seguir.

### 3.2. Número de movimentos

A tabela 2 indica a média dos movimentos realizados por cada aluno em cada nível do programa (os nomes são pseudônimos) e a média total. Percebe-se que há uma tendência de diminuição à medida que os alunos avançam de nível, com exceção dos alunos André e Breno nos níveis um e 2. Nota-se também que no nível quatro, há um aumento no número de movimentos. Isso ocorre, pois até o nível quatro, apesar de haver uma diminuição no número de cartas, sempre se tem disponível o valor positivo ou negativo de um número. Assim, se no nível três, o valor +4 não estiver disponível, o valor -4 estará. Já no nível quatro, é possível que não haja nem o valor +4 nem -4, obrigando os alunos a repensar as estratégias e conseqüentemente utilizar mais movimentos. No nível cinco, volta a haver uma diminuição, pois os alunos passam a utilizar combinação de estratégias, indicando que os alunos não estão realizando os movimentos apenas por tentativa e erro.

Alunos	Média de movimentos por nível				
	Um	Dois	Três	Quatro	Cinco
André	51	50	49	-	-
Breno	46	56	36	-	-
Juliana	41	35	31	37	41
Keyton	57	37	37	32	35
Mariana	49	36	28	55	36
Wanderley	43	33	25	37	27
<b>Total</b>	<b>287</b>	<b>247</b>	<b>206</b>	<b>161</b>	<b>139</b>
<b>Média Total</b>	<b>47,8</b>	<b>41,2</b>	<b>34,3</b>	<b>40,3</b>	<b>34,75</b>

**Tabela 2. Média de Movimentos por Nível.**

A reflexão antes de cada jogada, bem como a escolha da melhor estratégia, nos mostra que, ao utilizarem o programa Cartas Interativas, os alunos progressivamente começam a superar o pensamento aritmético e passam a desenvolver características próprias do pensamento algébrico, tais como: interpretação dos dados de um problema, montagem da equação, uso de símbolos para representar números desconhecidos, montagem e resolução da equação, análise do resultado e escolha da melhor resposta que dê solução ao problema. Estas características, certamente lhes serão úteis para auxiliá-los na compreensão e resolução de problemas que envolvam equações e inequações. A relevância do software e outras implicações do estudo serão discutidas a seguir.

### 4. Conclusão

Da Rocha Falcão (1993) afirma que o pensamento algébrico envolve, dentre outros aspectos, o conjunto de procedimentos necessários à resolução de uma equação, tais como: captura e descrição dos dados de um problema, uso de símbolos para representar os valores desconhecidos, montagem da equação, resolução da equação, conferir os resultados e dar

solução ao problema. Estas relações servem de suporte representacional na resolução de problemas.

O Cartas Interativas diferencia-se de softwares comerciais tradicionalmente utilizados nas escolas para o ensino de matemática, porque ao invés de repassar o conhecimento pronto aos alunos, propicia situações que permitem a reflexão sobre conteúdos matemáticos, tais como, as noções de equação e incógnita. A manipulação dinâmica de objetos na tela torna possível que os alunos elaborem hipóteses sobre o que está ocorrendo, e assim, possam interagir com o software na resolução de problemas envolvendo esses conceitos. A conexão entre múltiplas representações, como a gráfica e a simbólica, permite aos alunos desenvolverem um repertório que poderão utilizar mais tarde quando necessitarem resolver problemas num nível mais simbólico. Acreditamos que esses motivos levaram o programa Cartas Interativas, juntamente com outro programa denominado Balança Interativa, a serem premiados no Programa de Apoio a Pesquisa em Educação a Distância - PAPED 2004 - promovido pela CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior e Secretaria de Educação a Distância, na linha de Objetos de Aprendizagem (Castro-Filho et al, 2003).

Apesar dos resultados positivos, os dados do presente estudo compreenderam um número pequeno de alunos numa situação de entrevista. São necessárias pesquisas que envolvam um número maior de alunos e situações que integrem o uso desse software numa seqüência didática para a introdução de conceitos algébricos. Estamos conduzindo estudos com essa finalidade e esperamos ter resultados em breve para serem relatados.

## 5. Referências

- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental (1998). **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** - ensino de quinta à oitava série. Brasília: MEC/SEF.
- BRASIL. Ministério da Educação (2003). INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **SAEB 2003 (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica)** [on-line] Disponível na Internet em <http://www.inep.gov.br/basica/saeb/>, consultado em 20/03/2005.
- CARRAHER, T. N. (1989). **O Método Clínico: usando os Exames Piaget**. São Paulo: Cortez Editora.
- CARRAHER, T. N., CARRAHER, D. W. & SCHLIEMANN, A. D. (1988). **Na vida dez, na escola zero**. São Paulo: Cortez.
- CARRAHER, D.W. (1992). A aprendizagem de conceitos com o auxílio do Computador. Em Alencar, M.E. **Novas Contribuições da Psicologia aos Processos de Ensino-Aprendizagem**. São Paulo, Cortez Editora.
- CASTRO-FILHO, (2002). **Cartas Interativas**. Software Educativo. Disponível em [www.vdl.ufc.br/ativa/carta\\_interativa.htm](http://www.vdl.ufc.br/ativa/carta_interativa.htm). Acesso em 20/05/2005.
- CASTRO-FILHO, J. A. FREIRE, Raquel. S. & PASCHOAL, I. V. A. (2003). **Balança Interativa: um software para o ensino da Álgebra**. Anais do XVI Encontro de Pesquisa Educacional do Norte Nordeste – EPENN, Aracaju.
- CASTRO-FILHO, J. A. FREIRE, Raquel. S. & CABRAL, Bárbara S. (2004a). **Estratégias e erros utilizados na resolução de problemas algébricos**. Anais do VII Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, Recife.

- CASTRO-FILHO, J. A. MACEDO, Laécio N. de & FREIRE, Raquel S. (2004b). **Desenvolvendo Conceitos Algébricos com o Auxílio de um Ambiente Informatizado**. Anais do XXIII Encontro Universitário de Iniciação à Pesquisa da UFC, Fortaleza.
- DA ROCHA FALCÃO, J. T. (1993). A álgebra como ferramenta de representação e resolução de problemas. Em Schillieman, A.D, Carraher, D.W., Spinillo, A.G., Meira, L.L, & Da Rocha Falcão, J.T. (orgs.). **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. Recife: Ed. Universitária da UFPE.
- GOMES, A. S. TEDESCO, P. & CASTRO-FILHO, J. A. (2003). Ambientes de aprendizagem em matemática e ciências. Em RAMOS, E. M. F (org.). **Informática na Escola: um olhar multidisciplinar**. Fortaleza: Editora UFC.
- LESSA, M.M. L. (1996). **Balança de dois pratos e problemas verbais como ambientes didáticos para iniciação à álgebra: um estudo comparativo**. Dissertação de Mestrado. UFPE. Recife.
- LINS, Rômulo C.; GIMENEZ, Joaquim (1997). **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus.
- MEIRA, L. (1996). Atividade algébrica e produção de significados em matemática: Um estudo de caso. Em Dias, M.G.B.B. e Spinillo, A.G. (orgs.). **Tópicos em Psicologia Cognitiva**. Recife: Editora Universitária da UFPE.
- TELLES, R. A. M. (2004). **A Aritmética e a Álgebra na matemática escolar** Revista da sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, ano 11, no. 16, pp. 08-15, mês de maio.
- VERGNAUD, G. and CORTEZ, A. (1986). **Introducing algebra to “low-level” 8th and 9th graders**. Proceedings of the tenth Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education., pp. 319-324, London.