

Ferramentas Interativas para Análise de Funções de Uma Variável e Transformações Geométricas 2D

Márcio F. Silva¹, Teofilo Farfan¹, Heleno Quevedo¹, Andre Balan¹,
Edson P. Pimentel¹, Joao Paulo Gois¹, Igor L. Freire¹

¹Centro de Matemática, Computação e Cognição (CMCC) –
Universidade Federal do ABC (UFABC) – Santo André – SP

marcfab@gmail.com; teofilo.farfan@ufabc.edu.br; {helenoquevedo,
agrbalan, epiment, jpngois, igor.leite.freire}@gmail.com

Abstract. *This paper aims to present a set of interactive computational tools for the analysis of Single-Variable Functions and 2D Geometrical Transformations. The present work was developed as part of the Project for Information and Communication Technologies in Education, sponsored by the Program of Open University of Brazil. The tools provide resources for practicing geometrical concepts for the following topics: Limits, Derivatives, Integrals and 2D Geometrical Transformations. The user can freely set variable values as well as interact with the graphics. Tutorials and videos for the aforementioned topics provide full supports to the use of the tools.*

Resumo. *Este artigo tem por objetivo apresentar um conjunto de ferramentas Interativas para Análise de Funções de Uma Variável e Transformações Geométricas 2D, desenvolvidas no âmbito do edital de fomento ao uso de Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) do Programa Universidade Aberta do Brasil (UAB). O ambiente engloba ferramentas interativas para exercitar conceitos geométricos dos seguintes tópicos: Limites, Derivadas, Integrais e Transformações 2D. Tendo uma interface rica é possível fazer manipulações tanto a partir de variáveis como a partir dos gráficos. Tutorais e vídeos específicos para cada conteúdo dão suporte ao uso das ferramentas.*

1. Introdução

Este projeto foi desenvolvido no âmbito do Edital 15/2010 do Programa Universidade Aberta do Brasil (UAB) que tinha por objeto “incentivar a integração e a convergência entre as modalidades de educação presencial e a distância nas Instituições Públicas de Ensino Superior (IES), federais e estaduais, integrantes do Sistema UAB, por meio do fomento ao uso de tecnologias de comunicação e informação no universo educacional dos cursos de graduação presenciais” [UAB, 2010].

Os conceitos geométricos do Cálculo Diferencial e Integral têm um papel fundamental na formação básica de um profissional da área de Ciência & Tecnologia. Ao término das disciplinas de Cálculo, Geometria e Álgebra Linear, espera-se que os alunos apresentem uma maturidade na interpretação de conceitos abstratos a partir de leitura gráfica de fenômenos físicos, químicos, biológicos, tecnológicos e de humanidades. Contudo, nota-se que esta interpretação tem sido a maior dificuldade na aprendizagem destes conceitos sem a associação de uma visualização gráfica.

Diante desse cenário propôs-se o desenvolvimento de um ambiente computacional interativo para auxiliar na fixação dos conteúdos pertinentes a essas disciplinas através da interação do usuário. A ideia é que o usuário pudesse, por exemplo, numa tela *touch screen* ou com o apoio do mouse realizar movimentações de gráficos, interativamente, para maior facilidade de compreensão das equações associadas.

Este artigo tem por objetivo apresentar um conjunto de ferramentas Interativas para Análise de Funções de Uma Variável e Transformações Geométricas 2D.

O artigo está organizado como segue. A seção 2 apresenta as ferramentas e a seção 3 descreve cenários da aplicação educacional e as considerações finais.

2. Apresentação das Ferramentas

As ferramentas foram desenvolvidas utilizando o Adobe Flash CS5 produzindo um arquivo fonte com extensão .fla e um executável swf . Arquivos no formato swf são amplamente usadas na web, carregados por meio de um arquivo HTML e acessados através de um navegador de internet. A linguagem de programação utilizada foi o Action Script 3.0 que permitiu programar eficientemente as animações e efeitos presentes no trabalho. Utilizou-se ainda as bibliotecas “Flash and Math” [Kaskoz e Ensley, 2012]. Sendo multiplataforma, podem ser executados em diferentes Sistemas Operacionais e também em Celulares e Tablets que suportem o Adobe Flash.

A Figura 1 apresenta uma visão geral da interface de entrada do ambiente disponível em . Na parte superior há um menu que organiza as ferramentas em dois blocos (Análise de FUV e Transformações Geométricas) além dos Tutoriais e Créditos. Na parte inferior é possível acessar tutoriais, vídeos e exercícios para cada uma das quatro ferramentas que são descritas a seguir.



Figura 1. Visão Geral da Interface de Entrada do Ambiente
(Disponível em <http://proex.ufabc.edu.br/ticscalculo/>)

Os conteúdos abordados nas ferramentas foram baseados nas seguintes referências: Simmons (1987), Guidorizzi (2002) e Stewart (2001).

2.1. Limites

A ferramenta “Limites de Funções Reais” pode ser acessada a partir da aba Análise de FUV (funções de uma variável) e selecionando-se a aba Limites, conforme Figura 1. O primeiro passo é escolher uma função dentre o seguinte grupo de funções básicas: linear, quadrática, polinomial, logarítmica, exponencial, inversa, seno, cosseno, tangente, arco-seno, arco-cosseno e arco-tangente (Figura 2).

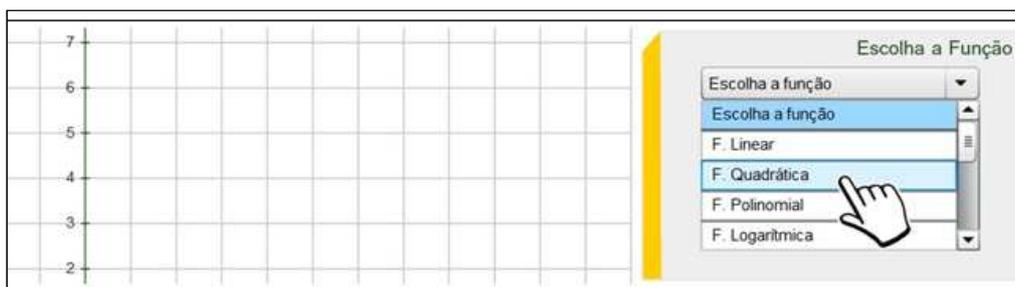


Figura 2. Escolha de Função

Por exemplo, selecionando-se a função linear aparecerá o gráfico da função $f(x) = ax + b$, com $a = 1$ e $b = 1$ (Figura 3). Para mudar o valor dos parâmetros a e b , basta clicar na respectiva caixa de diálogo e digitar o valor que você deseja. Por exemplo, pode-se atribuir $a = 2$ e $b = -1$. Pressionando o botão “Desenhar” o novo gráfico é traçado. Uma vez atribuídos os valores desejados de a e b , pressiona-se o botão “Fixar” a fim de que se possa selecionar o valor de x_0 próximo do qual deseja-se calcular o limite da função. Há duas possibilidades para atribuir o valor de x_0 : (i) Movendo-se o cursor sobre o gráfico da função e clicando sobre o ponto desejado, de acordo com Figura 3; (ii) Digitando-se o valor desejado na caixa do x_0 e pressionando-se a tecla “enter”.

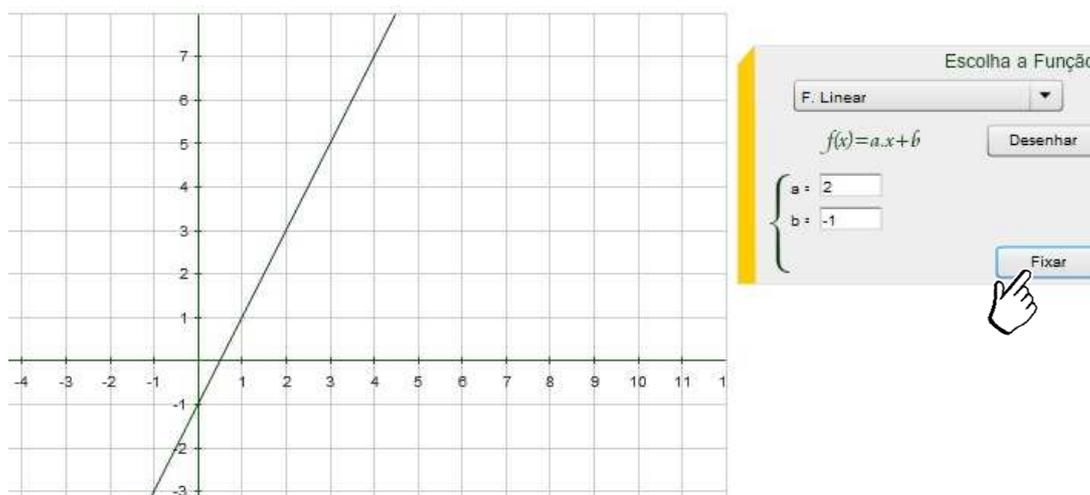


Figura 3 – Deslocando o cursor sobre a reta da função

Para qualquer uma das duas possibilidades, a caixa y_0 é automaticamente carregada e corresponde ao valor $f(x_0)$. Também automaticamente passa-se ao próximo passo: “seleção de ε ” (letra grega epsilon). Para selecionar um valor para ε , basta mover o cursor sobre a tela do gráfico da função e dar um clique quando o valor desejado for obtido. Ao selecionar o valor ε automaticamente são calculados os valores de $y_0 - \varepsilon$ e $y_0 + \varepsilon$ (Figura 4).

Automaticamente traçam-se na janela do gráfico as retas horizontais (tracejadas e na cor verde) $y = y_0 - \varepsilon$ e $y = y_0 + \varepsilon$, que delimitam a faixa entre os pontos $y_0 - \varepsilon$ e $y_0 + \varepsilon$. Da mesma forma, destacam-se os pontos do gráfico da função que pertencem à faixa delimitada por $y_0 - \varepsilon$ e $y_0 + \varepsilon$, e os pontos do domínio que têm $y_0 - \varepsilon$ e $y_0 + \varepsilon$ como imagens. O próximo passo é a seleção de δ (letra grega delta), que corresponde ao raio da vizinhança centrada em x_0 análogo ao que foi feito para ε .

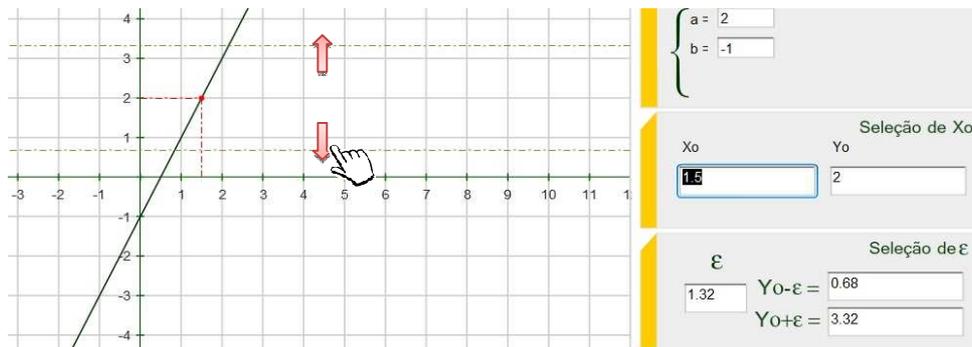


Figura 4 – Selecionando o valor de ϵ

Através da manipulação gráfica é possível, para o exemplo, notar a existência do limite representado pelas retas verticais azuis tracejadas que aparecem quando move-se o cursor próximo de x_0 . Nesse caso, por exemplo, $\delta = 0.3$ garante a existência do limite. No entanto, $\delta = 2$ não seria possível, conforme Figura 5.

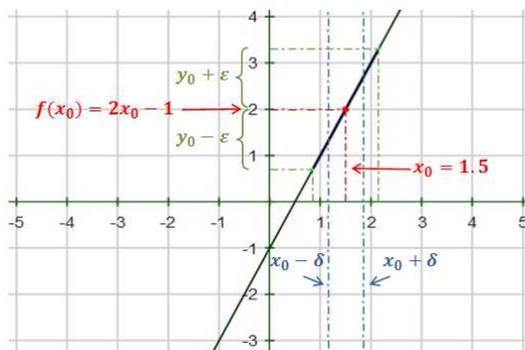


Figura 5 – Limite de uma função próximo a um ponto x_0

Para trabalhar com outro exemplo, basta pressionar o botão “Reiniciar” e repetir o processo.

2.2. Derivadas

A ferramenta “Derivadas de funções reais” segue o mesmo princípio de uso da ferramenta “Limites” no qual se seleciona o grupo da função a ser trabalhada e manipulam-se os valores dos parâmetros envolvidos, ou através da digitação nas caixas de texto ou por manipulação gráfica. A Figura 6 mostra um exemplo.

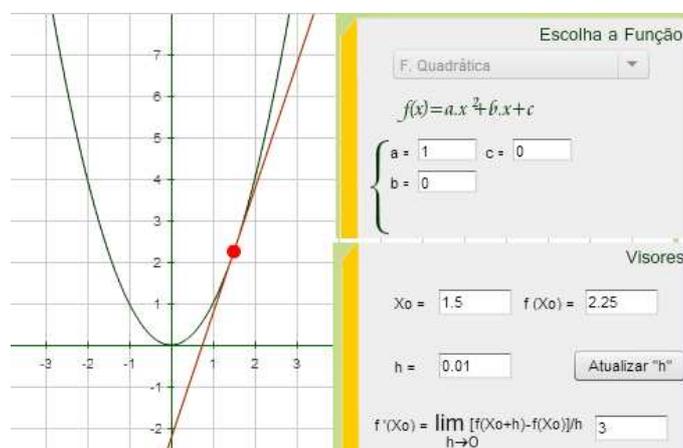


Figura 6 – Definindo o valor de x_0 diretamente na caixa de texto

2.3. Integrais

Também na ferramenta “*Integrais Definidas de Funções Reais*” seleciona-se inicialmente o grupo da função a ser trabalhada e manipulam-se os valores dos parâmetros envolvidos, ou através da digitação nas caixas de texto ou por manipulação gráfica.

Adicionalmente deve-se selecionar o método de integração dentre as seguintes opções: (a) Método dos retângulos internos; (b) Método dos retângulos externos; (c) Método da aproximação à esquerda; (d) Método aproximação à direita; (e) Método do ponto médio; (f) Método de aproximação por falta e (g) Método de aproximação por excesso.

A figura 7 mostra um exemplo do Método de aproximação por excesso.

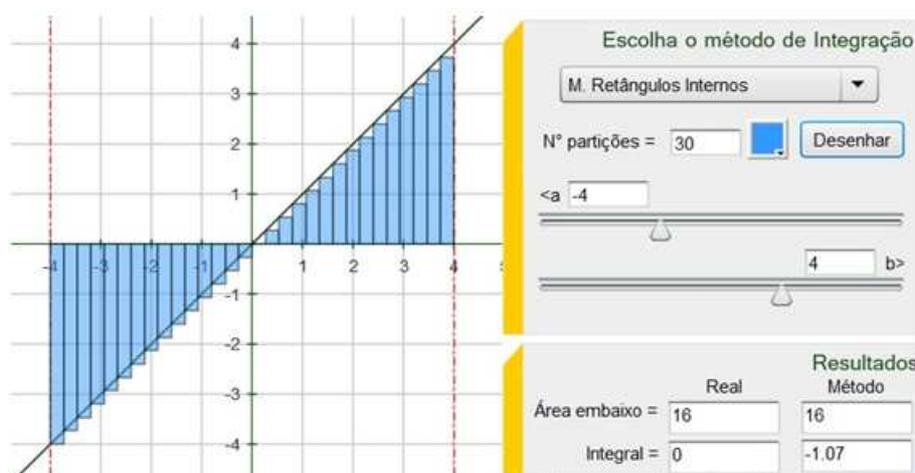


Figura 7 - Método de aproximação por excesso

2.4. Transformações Geométricas

Na ferramenta “*Transformações Geométricas*” o primeiro passo é selecionar um objeto sobre o qual será aplicada a transformação geométrica dentre as seguintes opções: círculo, quadrado, retângulo, triângulo equilátero, triângulo escaleno e triângulo isósceles. Outro passo importante é a escolha da transformação dentre as seguintes opções: Translação, Rotação e Escalamento. É possível adicionar mais de um tipo de transformação conforme mostra a Figura 8.

A ferramenta permite fazer a composição entre estas transformações, destacando o objeto resultante da ação de cada transformação. Além disto, a matriz que representa a Transformação (ou o resultado da composição de transformações), em coordenadas homogêneas, é mostrada na tela de visualização.

3. Cenários Educacionais e Considerações Finais

Vislumbra-se inicialmente o uso das ferramentas em dois cenários educacionais:

- Para que o professor exemplifique os conceitos abordados, simulando diversas situações, manipulando distintos valores de variáveis e também graficamente, de forma a facilitar a compreensão do aluno;

- b) Após a exposição (explicação dos conceitos) os estudantes podem utilizar as ferramentas para exercitarem os conceitos a partir de listas de exercícios ou estudo autônomo.

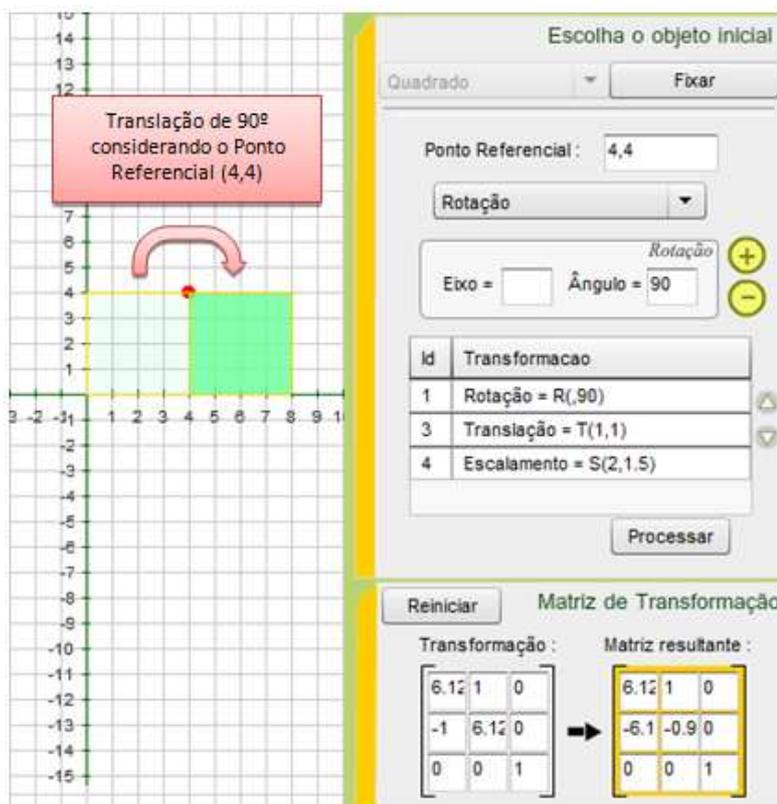


Figura 8 – Resposta ao Processar 1_Rotação = R(,90)

As próximas etapas do trabalho consistem no uso das ferramentas em cenários reais de sala de aula e análise das melhorias de aprendizagem em disciplinas presenciais tais como: Bases Matemáticas, Funções de Uma Variável, Geometria Analítica e Álgebra Linear. Após a validação das ferramentas as mesmas poderão ser aperfeiçoadas em termos de interface (lay-out) e incrementadas com outros grupos de funções.

Agradecimentos

Ao Programa Universidade Aberta do Brasil que tem subsidiado essa pesquisa através do edital 15/2010.

Referências Bibliográficas

- Guidorizzi, H.L. (2002) UM CURSO DE CÁLCULO, vol.I e II, 5a. ed., LTC, 2002.
- Kaskosz, B; Ensley, Douglas E (2012) Bibliotecas Flash and Math. Disponível em. <http://www.flashandmath.com>. Acesso em 9 de Setembro de 2012.
- Simmons, G.F. (1987)CÁLCULO COM GEOMETRIA ANALÍTICA, vol. I, Mc.Graw-Hill.
- Stewart, I. CALCULUS, 4th ed, Thomson, 2001.
- UAB. Programa Universidade Aberta do Brasil (2010). Edital 15: Fomento ao uso das tecnologias de comunicação e informação nos cursos de graduação.