

## **Analisando a Aprendizagem da Matemática por meio da Ferramenta *Fuzzy***

**Arcanjo Miguel Mota Lopes<sup>1</sup>, Andreza Bastos Mourão<sup>1,2</sup>, José Francisco de Magalhães Netto<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Programa de Pós-Graduação em Informática (PPGI) – Universidade Federal do Amazonas (UFAM)  
Av. Gen. Rodrigo Otávio, Coroado. Manaus – AM – Brasil

<sup>2</sup> Universidade do Estado do Amazonas (UEA)  
Av. Darcy Vargas, 1200. Manaus – AM – Brasil  
amml@icomp.ufam.edu.br, amourao@uea.edu.br,  
jnetto@icomp.ufam.edu.br

**Abstract.** *This article presents the proposal of a Fuzzy Tool integrated into an Intelligent Tutor System (STI) to support teaching activities in Mathematics Algebra. Fuzzy simulations were accomplished based on the information obtained by specialists' teachers. In this way, it was possible to estimate the Student and Class Performance, affording an overview and individual for coordinators and teachers, effectively assisting in decision making adapted to the student's needs.*

**Resumo.** *Este artigo apresenta a proposta de uma Ferramenta Fuzzy integrada a um Sistema Tutor Inteligente (STI) para suporte a atividades de ensino, em Álgebra Matemática. Foram realizadas simulações Fuzzy com base nas informações obtidas por professores especialistas. Desta forma, foi possível estimar o Desempenho dos Estudantes e o Desempenho da Turma, fornecendo uma visão geral e individual para coordenadores e professores, auxiliando de forma efetiva na tomada de decisões adaptada às necessidades do estudante.*

### **1. Introdução**

A aprendizagem é uma atividade complexa para os seres humanos, sendo, a sua efetividade relacionada ao entendimento de conceitos abstratos, que são de difícil assimilação e de explicação [Guimarães, Martins e Dias 2013].

No campo da Matemática, é notável que os estudantes da educação básica, independente da classe social, apresentem dificuldades no aprendizado, sendo a Álgebra um expoente entre tais assuntos [Stacey e MacGregor 1999]. Neste sentido, os autores Seffrin e Jaques (2014) afirmam que dependendo da equação e do nível de proficiência<sup>1</sup> do estudante, ele pode encontrar dificuldades para resolver determinados problemas.

Desta forma, o professor continuamente busca ferramentas que apoiem o processo de ensino e aprendizagem, visando elevar o desempenho dos estudantes nas disciplinas. Assim, as informações obtidas durante e posterior às práticas avaliativas, permitem ao

---

<sup>1</sup> Proficiência é a capacidade para realizar algo, dominar certo assunto e ter aptidão em determinada área do conhecimento [SAEP 2019].

professor inferir o progresso dos estudantes na disciplina e, além disso, diagnosticar problemas e insuficiências na aprendizagem e no uso de sua metodologia de ensino [Pinto 2016].

A iniciativa de se utilizar ferramentas tecnológicas para apoiar o ensino e a tomada de decisões na Escola Estadual José Mota do Município/Estado, dos estudantes do 8º ano do fundamental, foi oriunda do baixo índice de aproveitamento (12,17%) na disciplina de Álgebra, no que se refere à participação dos estudantes no Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) de 2015. Desta forma, a escola busca iniciativas visando melhorar o índice de desempenho dos estudantes na disciplina de Matemática.

O problema atual é que a coordenação pedagógica da escola só consegue estimar o rendimento, participação e desempenho do(s) estudante(s) na disciplina, após o lançamento das notas finais no sistema. Neste sentido, a coordenação pedagógica fica impossibilitada de atuar em conjunto com o professor para realizar as intervenções necessárias ao processo de ensino e aprendizagem, no que se refere a metodologias, conteúdo e avaliações. Desta forma, suas tomadas de decisões são tardias e ineficientes, causando problemas posteriores entre pais, professores e estudantes.

O objetivo deste artigo é apresentar uma ferramenta Fuzzy para apoiar o Sistema de Tutoria LEIA (*LEarnIng Algebra*), visando disponibilizar para professor(es) e coordenação pedagógica o aproveitamento e desempenho dos estudantes em relação ao conteúdo de Álgebra da disciplina de Matemática. Desta forma, a coordenação poderá obter um feedback em tempo real, podendo assim, tomar decisões e recomendar aos professores a rever suas metodologias de ensino [Malvezzi, Mourão e Bressan 2010b], utilizar outros métodos e recursos, ou realizar intervenções com o intuito de elevar o rendimento e a aprendizagem dos estudantes.

Além desta seção introdutória, este artigo está organizado com os trabalhos relacionados na seção 2; na seção 3 é apresentada a metodologia; a seção 4 apresenta o referencial teórico e a proposta desta pesquisa; a seção 5 apresenta a implementação da proposta, a seção 6 apresenta a análise dos resultados, e por último, a seção 7 apresenta as considerações finais deste trabalho.

## **2. Fundamentação Teórica**

Esta seção apresenta a Teoria Fuzzy na qual esta pesquisa está baseada. Em seguida, são abordados os trabalhos relacionados com este artigo, destacando-se a importância do uso de ferramentas Fuzzy no âmbito educacional.

### **2.1 Teoria Fuzzy**

A Teoria de Conjuntos Fuzzy foi concebida e formalizada pelo Prof. Lotfi Zadeh [Zadeh 1965] com o objetivo de fornecer um arcabouço matemático para o tratamento de informações de caráter impreciso ou vago. A Lógica Difusa (LD) ou Lógica Fuzzy (LF) é a lógica baseada na teoria dos conjuntos nebulosos (conjuntos Fuzzy), foi inicialmente construída a partir dos conceitos já estabelecidos de lógica clássica.

A Teoria de Conjuntos Fuzzy e os conceitos de Lógica Fuzzy são utilizados visando traduzir em termos matemáticos uma informação imprecisa sendo expressa por um conjunto de regras linguísticas. Como resultado, tem-se um sistema de inferência

baseado em regras, onde as regras linguísticas são definidas com base nas definições matemáticas, oriundas da Teoria de Conjuntos Fuzzy e Lógica Fuzzy.

Para utilizar o modelo nebuloso Fuzzy, é importante destacar que a informação obtida em uma linguagem natural (humana) será interpretada pela máquina, que irá tratar a informação e tomar decisões. Neste sentido, o processo de representação do modelo nebuloso requer que sejam definidos os parâmetros de forma completa e consistente.

## 2.2. Trabalhos Relacionados

O trabalho de Costa (2006) mostra os benefícios da aplicação da lógica difusa na avaliação da aprendizagem, assim como, uma visão global do desempenho do estudante, visando favorecer a auto regulação da aprendizagem. Nesta mesma linha, o trabalho de Mourão, Malvezzi e Bressan (2010a) apresenta uma ferramenta Fuzzy que auxilia no acompanhamento e avaliação do aprendizado dos estudantes de cursos superiores, onde docentes tomam decisões metodológicas e pedagógicas visando elevar o aproveitamento do estudante na disciplina. Assim como, Gokmen et al. (2010) propuseram uma abordagem Fuzzy para avaliar o desempenho dos estudantes de um laboratório de controle elétrico, utilizando a pontuação das atividades avaliativas como parâmetros de entrada informados pelo professor da disciplina.

No trabalho de Doctor e Iqbal (2012), é proposto um framework Fuzzy que tem como objetivo monitorar o desempenho dos estudantes durante as atividades que são baseadas em problemas, para isso, são capturadas a posição do olhar e as interações dos usuários dentro dos fóruns do Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA). Guimarães, Martins e Dias (2013) desenvolveram um módulo de monitoramento de estudantes em uma sala de aula presencial, o monitoramento e a avaliação do comportamento do estudante em relação a uma atividade, permite a realização de ações conforme o estado atual da aprendizagem, como por exemplo: oferecendo um vídeo de ajuda ou solicitando o apoio do professor.

Voskoglou (2014) também desenvolveu um módulo Fuzzy para avaliar o processo aprendizagem na Resolução de Problemas (RP) matemáticos do mundo real e, a partir disso, mensurar o desempenho dos estudantes de graduação em tecnologia e medir as habilidades de RP dos indivíduos. Neste mesmo contexto, Machado et al. (2016) implementou um módulo Fuzzy em um STI multiagente para avaliar estudantes de graduação na solução de atividade de programação linear com diferentes níveis de dificuldades.

De modo geral, os trabalhos acima mencionados têm em comum a captura das percepções das interações dos estudantes durante a execução das tarefas que são utilizadas para que os professores, coordenadores, tutores e instrutores possam ter suas ações e decisões apoiadas pelas ferramentas. Entretanto, alguns autores utilizaram variáveis relacionadas com as atividades de resolução de problemas matemáticos, como [Voskoglou 2014] e [Machado et al. 2016] que utilizaram como entrada o estado das atividades e o tempo utilizado no desenvolvimento.

Este trabalho se distingue dos demais em relação à integração dos dados com o Sistema de Tutoria LEIA, pela visibilidade apresentada por meio de gráficos e Timeline (Figura 4) e pelo uso e integração de diferentes tecnologias para apoiar o processo de tomada de decisões em grupo e individual.

### 3. Metodologia

Esta pesquisa é um estudo descritivo e explicativo, visando apresentar dados referentes ao desempenho dos estudantes de forma individual e em grupo. A abordagem utilizada é quantitativa, pois o resultado será expresso em percentual, após média obtida por meio das simulações nos sistemas Fuzzy e de tutoria. A Teoria de aprendizagem trabalhada pelo corpo docente é o construtivismo. O modelo de acompanhamento de aprendizagem ilustrado na Figura 1, que apresenta o cenário, sujeitos, procedimentos e instrumentos de análise de dados utilizados, conforme descrito a seguir por etapas:

1. **Entrada:** etapa responsável pela definição das variáveis de entrada e saída com base nas informações obtidas por meio do especialista (professor) da disciplina. As informações foram definidas com base no STI LEIA.
2. **Ferramenta Fuzzy:** etapa responsável pelo mapeamento das variáveis que assumem valores reais (numéricos) em conjuntos Fuzzy de entrada (valores linguísticos) e o conjunto Fuzzy de saída (valor linguístico) em valores reais chamada de variável linguística. Nesta etapa o sistema apresenta uma base de regras da forma “se-então”. As regras são definidas e expressam o conhecimento do especialista sobre o problema a ser tratado. A máquina de inferência utiliza as regras e os conjuntos Fuzzy de entrada para definir qual o valor linguístico da variável de saída, que posteriormente é traduzido para um valor real pelo defuzzificador [Wang 1997].
3. **Saída:** etapa responsável pela exportação do valor real (Análise do Desempenho dos Estudantes) para o Sistema de Tutoria LEIA para gerar o cálculo da média por Turma e ser apresentado na Timeline do sistema. Desta forma, o Sistema Fuzzy apresenta o relatório do Desempenho dos Estudantes e o STI LEIA apresentará relatórios com informações referentes ao Desempenho dos Estudantes por Turma.

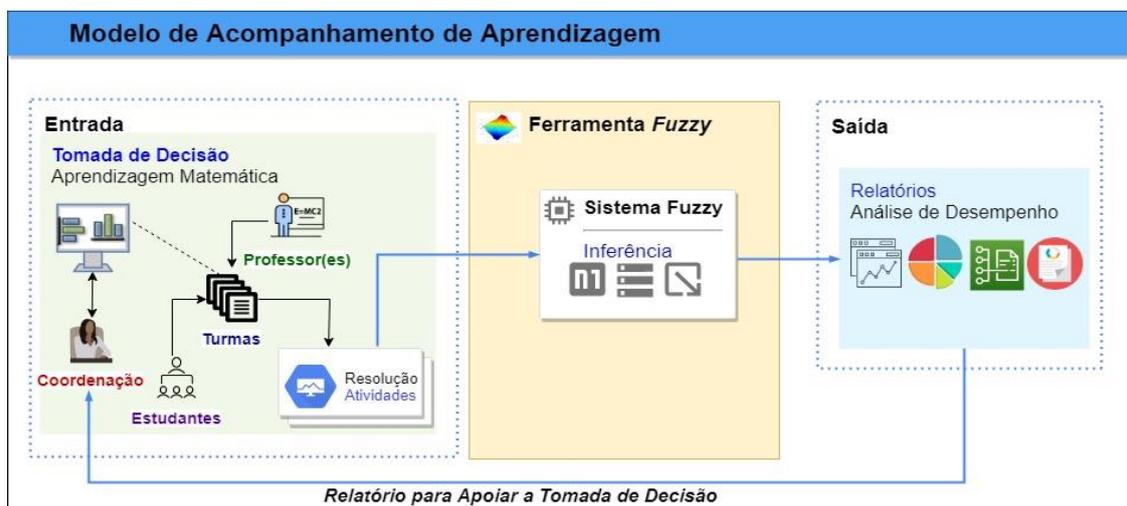


Figura 1. Modelo para o Acompanhamento de Aprendizagem.

Mourão, Malvezzi e Bressan (2009) enfatizam que algumas situações são determinadas de maneira vaga, imprecisa e incerta, onde muitas vezes são difíceis de estimar (mensurar). Neste sentido o modelo nebuloso surge como alternativa para tratar informações baseadas no conhecimento do especialista e demonstrar uma saída baseada em variáveis, regras e parâmetros, resultando numa alternativa viável para o problema

apresentado. Para o desenvolvimento desta solução foram utilizadas: a ferramenta MATLAB R2019a® Versão 9.6, e a ferramenta *Fuzzy Logic Toolbox*.

#### 4. Desenvolvimento

Para atender a problemática apresentada pela coordenação da escola e analisar o desempenho dos estudantes na disciplina por turma, o módulo Fuzzy foi proposto e desenvolvido para adicionar funcionalidade ao STI com o objetivo de apoiar a tomada de decisões mais efetivas e rápidas. Para isso, as informações e dados obtidos, para alimentar a ferramenta Fuzzy referem-se a 3 turmas do 8º ano. Para a realização desta pesquisa foi utilizada a base de dados do STI LEIA [Lopes et al. 2019].

Para projetar o sistema as variáveis linguísticas, as variáveis de entrada e saída foram definidas e validada em conjunto com os especialistas do sistema, assim como o universo de discurso e as definições de cada variável, visando tornar claro o cenário e objetivo a ser alcançado.

Os estudantes ao resolverem suas atividades de Álgebra no sistema LEIA, têm suas informações (logs) capturadas, referentes ao Tempo de Resolução utilizado para resolver a equação, onde para cada atividade é atribuído um Grau de Dificuldade (Fácil, Médio, Difícil) pelo professor, e o Status da Atividade (Abandonada, Finalizada e Pendente) é gerado pelo sistema. Desta forma, estas variáveis foram definidas como entrada para o sistema Fuzzy.

Após o processamento das variáveis de entrada pela máquina de inferência Fuzzy, o sistema deve apresentar a variável de saída Desempenho do Estudante (Ótimo, Bom, Ruim, Insuficiente). A Figura 2 apresenta o modelo de solução projetado para atender o sistema Fuzzy proposto.

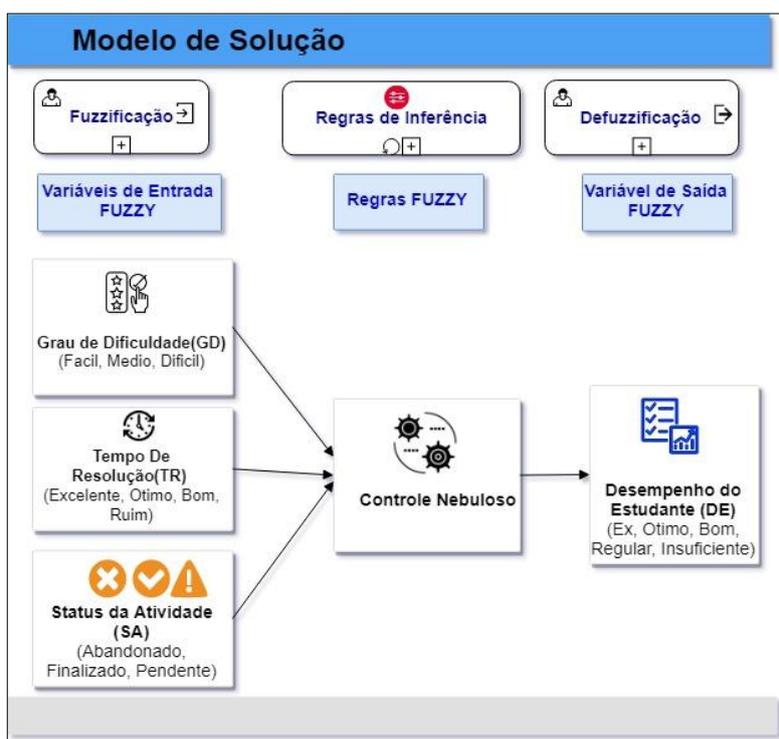


Figura 2. Modelo de processo da Máquina de Inferência Nebulosa.

O processo básico de um modelo nebuloso consiste na definição das variáveis linguística (variáveis de entrada e saída) que representam o domínio do mundo real a ser tratado, onde os valores e números reais são convertidos para valores e números Fuzzy. Posteriormente o controle nebuloso ocorre por meio das regras de inferência que são definidas e utilizadas para tomar decisões. Para finalizar, no processo de defuzzificação é feita a transformação inversa dos valores do domínio nebuloso para o domínio real.

A lógica Fuzzy utiliza regras compostas com variáveis linguísticas, o que torna mais intuitiva e realística a modelagem do sistema [Pedrycz 1993]. A Tabela 1 a seguir mostra detalhadamente as variáveis linguísticas definidas para atender a problemática, assim como, os rótulos e valores linguísticos, o universo de discurso e a descrição de cada item.

**Tabela 1. Descrição das Variáveis Linguísticas Modelos Nebuloso**

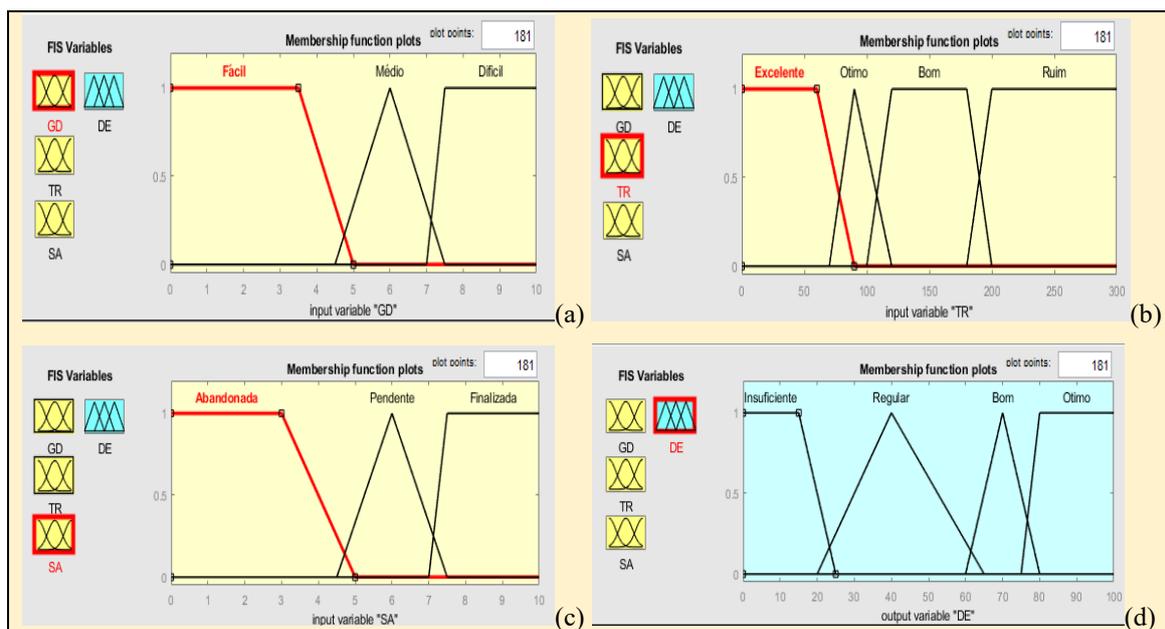
| VARIÁVEIS LINGUÍSTICAS |                              | TERMOS LINGUÍSTICOS | UNIVERSO DE DISCURSO | DESCRIÇÃO  |
|------------------------|------------------------------|---------------------|----------------------|--|
| ENTRADA                | Grau de Dificuldade (GD)     | Fácil               | [0 10]               | Refere-se ao grau de complexidade dos exercícios propostos, num intervalo de [0 a 10], definido com base em experiências dos especialistas. O grau foi definido com base no grau de relevância de cada um dos níveis, e com base nos requisitos (aprendidos) exigidos dos níveis anteriores.   |
|                        |                              | Médio               |                      |  |
|                        |                              | Difícil             |                      |  |
|                        | Tempo de Resolução (TR)      | Excelente           | [0 300]              | Refere-se ao Tempo em que os estudantes resolvem os exercícios propostos, num intervalo de [0 a 300], definido com base em experiências práticas. O tempo foi definido com base nos 'times', expresso em segundos, encontrado nos logs de resolução de cada estudante mantido no sistema LEIA.   |
|                        |                              | Ótimo               |                      |  |
|                        |                              | Bom                 |                      |  |
|                        |                              | Ruim                |                      |  |
|                        | Status da Atividade (SA)     | Abandonado          | [0 10]               | Está relacionado ao estado atual de realização das atividades pelos estudantes, num intervalo de [0 a 10], definido com base em experiência dos professores.<br>Neste caso, as equações <b>Abandonadas</b> são as equações que os estudantes trocam durante o processo de resolução da atividade. No entanto, o estudante, só pode 'abandonar' 3 equações. As equações <b>Finalizadas</b> são as equações que foram concluídas com sucesso pelo estudante. As equações <b>Pendentes</b> é a diferença de equações Abandonadas e Finalizadas. |
|                        |                              | Finalizado          |                      |  |
|                        |                              | Pendente            |                      |  |
| SAÍDA                  | Desempenho do Estudante (DE) | Ótimo               | [0 100]              | Definida para informar o Desempenho de cada estudante por Turma em relação à realização das atividades desenvolvidas de Álgebra. A ser mostrada num intervalo de [0 a 100].  |
|                        |                              | Bom                 |                      |  |
|                        |                              | Regular             |                      |  |
|                        |                              | Insuficiente        |                      |  |

Para o modelo foi utilizado os seguintes parâmetros: a regra do tipo 'Mandami', onde a resposta do processo é um conjunto difuso para cada regra. O método 'min', utilizado para ser o conector das regras do sistema. O método de defuzzificação escolhido foi o 'centroid' por ser aderente e simples computacionalmente. Assim totalizando, 3(três) variáveis de entrada, 1(uma) variável de saída e 48 regras.

O processo de inferência difusa envolve a utilização de funções de pertinência, operações lógicas (AND e OR) e estruturas de decisão (IF-THEN). Com o objetivo de

formar uma base de regras que atenda ao objetivo esperado, as regras foram definidas e validadas diretamente com os especialistas (professores da disciplina). Foram criadas 48 regras que fazem parte do motor de inferência difuso, considerando os três itens das atividades e a saída desejada: **GD, TR, SA e DE**.

A Figura 3 apresenta o editor de funções de pertinência. Neste editor foram criados os conjuntos difusos que representam as variáveis de entrada e saída, com os seguintes limites definidos pelos professores especialistas, conforme demonstrado na Tabela 1. Foram utilizados fuzzificadores triangulares e trapezoidais em função da simplicidade do uso, da representatividade e precisão nas respostas.



**Figura 3. Funções de pertinência do modelo nebuloso proposto.**

A Figura 3 (a, b, c, d) apresenta todas as variáveis definidas e seus respectivos conjuntos Fuzzy. Figura 3 **(a): Grau de Desempenho** (Fácil, Médio, Difícil), **(b): Tempo de Resolução** (Excelente, Ótimo, Bom, Ruim), **(c): Status da Atividade** (Abandonada, Pendente, Finalizada) e **(d): Desempenho do Estudante** (Insuficiente, Regular, Bom, Ótimo).

## 6. Análise dos Resultados

O sistema difuso foi alimentado com os valores de entrada descritos na Tabela 1, as regras foram ajustadas para a máquina de inferência, e assim, foram obtidos os resultados do Desempenho dos Estudantes (Tabela 2). Posteriormente os dados foram exportados para o STI LEIA foi gerado o Desempenho por Turma (Tabela 3) que é demonstrado por meio de uma Timeline (Figura 4), considerando os valores das variáveis geradas pela ferramenta Fuzzy.

A Tabela 2 apresenta o cenário de aplicação do sistema Fuzzy. Foram omitidos os nomes reais dos estudantes, visando apresentar os resultados obtidos em cada atividade, considerando as variáveis linguísticas definidas (Tabela1) e apresentadas na Figura 3.

**Tabela 2. Desempenho dos Estudantes simuladas na Ferramenta Fuzzy.**

|                     | TURMA JMM01 |     |     |      | TURMA JMM02 |     |     |      | TURMA JMM03 |     |     |      |
|---------------------|-------------|-----|-----|------|-------------|-----|-----|------|-------------|-----|-----|------|
|                     | GD          | TR  | SA  | DE   | GD          | TR  | SA  | DE   | GD          | TR  | SA  | DE   |
| <i>Estudante 1</i>  | 2.1         | 30  | 10  | 89   | 6           | 300 | 5   | 22.1 | 1           | 85  | 6.7 | 56.1 |
| <i>Estudante 2</i>  | 3.7         | 62  | 7.1 | 72.6 | 8           | 50  | 10  | 89   | 6.7         | 200 | 4   | 11   |
| <i>Estudante 3</i>  | 4.2         | 122 | 7.3 | 61.6 | 4           | 100 | 10  | 82.1 | 3           | 300 | 8   | 51.7 |
| <i>Estudante 4</i>  | 4.7         | 107 | 9.2 | 61.2 | 2           | 60  | 6   | 66.2 | 4.8         | 210 | 9.6 | 50.3 |
| <i>Estudante 5</i>  | 5.2         | 181 | 7.7 | 59.3 | 7.4         | 35  | 8.6 | 88.7 | 9.2         | 80  | 9.1 | 84.5 |
| ...                 | ...         | ... | ... | ...  | ...         | ... | ... | ...  | ...         | ... | ... | ...  |
| <i>Estudante 35</i> | 6.2         | 301 | 4.2 | 10.2 | 5.7         | 103 | 5.8 | 49.3 | 3.9         | 267 | 6.3 | 28.3 |

Os resultados gerados pelo sistema Fuzzy possibilitaram mensurar o Desempenho do Estudante, assim como, permitir o acompanhamento do seu aprendizado em relação às atividades de Álgebra realizadas no laboratório. Os resultados foram expressos em percentual. Neste sentido, ao analisarmos a Turma JMM01, com base nas variáveis linguísticas da Tabela 1, de um modo geral, a maioria dos estudantes finalizaram suas atividades dentro de um tempo considerado 'bom' para cada um dos níveis de dificuldades, gerando um resultado de um aproveitamento (DE) acima dos 60% para maioria dos estudantes. Assim como, ocorrendo para a turma JMM02. No entanto, o desempenho geral dos estudantes (DE), na turma JMM03, encontra-se abaixo do comparado aos das turmas anteriores. Isso reflete-se no fato, da maioria dos estudantes levarem mais tempo para resolverem uma equação considerada fácil, além do que é estimado para solucionar uma equação de nível médio ou difícil, ou então, não concluindo (abandonando) um quantitativo de equações maior que 3 (três) permitidas pelo sistema.

Professores e coordenação pedagógica podem ter acesso também ao Desempenho das Turmas (DT) e visualizar os resultados para efeito de diagnóstico, intervenção e comparação. A Tabela 3 apresenta o Desempenho por Turmas.

**Tabela 3. Demonstração do Desempenho das Turmas simuladas no STI**

| TURMAS       | GD   | TR    | SA   | DT           |
|--------------|------|-------|------|--------------|
| <i>JMM01</i> | 3.98 | 100.4 | 7.9  | <b>80.9%</b> |
| <i>JMM02</i> | 6.34 | 109.4 | 5.42 | <b>48.2%</b> |
| <i>JMM03</i> | 6.42 | 84.8  | 5.82 | <b>54.7%</b> |

Os resultados do DE foram exportados para o Sistema de Tutoria LEIA, que tratou os dados e gerou o resultado das médias por Turmas conforme mostra a Figura 4. Neste sentido, ficou evidente que a turma JMM01 apresenta um desempenho de aprendizagem da Turma de 80.9% destacando-se em relação às demais turmas, seguida da JMM03 com 54.7% e em terceiro a JMM02 com índice de aprendizagem de 48.2%. Neste contexto, as Turmas JMM02 e JMM03 precisam de uma atenção especial dos professores e coordenação em relação ao processo de ensino e aprendizagem, as atividades devem ser monitoradas e novas estratégias adotadas com a turma para que atinjam um nível desejável de aprovação.

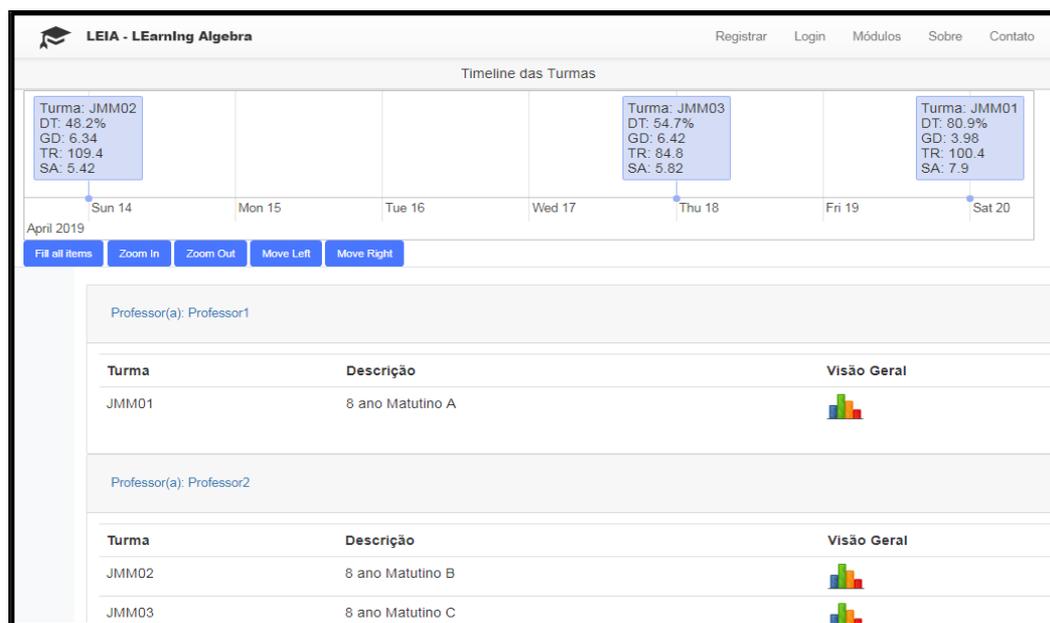


Figura 4. Timeline por Turma, exibida no Sistema LEIA.

A Timeline apresentada acima expressa os resultados obtidos por cada professor em determinada turma. A visibilidade expressa em percentual permite a coordenação pedagógica atuar de forma pontual e efetiva junto aos professores e pais, tendo como fator principal o aprendizado dos estudantes.

## 7. Considerações Finais

Este artigo apresentou um Modelo de Acompanhamento de Aprendizagem utilizando a Teoria *Fuzzy* e o Sistema de Tutoria LEIA. A Teoria *Fuzzy* foi utilizada para mensurar o Desempenho dos Estudantes em relação ao conjunto de atividades práticas que estes realizam paralelo ao ensino do conteúdo. Posteriormente, os dados foram exportados para o Sistema de Tutoria LEIA permitindo assim a visibilidade do Desempenho por Turma contribuindo efetivamente para avaliar de forma individual e global.

Os resultados obtidos pela resolução de atividades e avaliações escolares são pontos de partida e somativa para a obtenção inicial de um diagnóstico preciso e a posterior tomada de decisão. Neste sentido, a pesquisa demonstrou que o uso das tecnologias digitais é efetivo para apoiar o ensino, contribuem para mensurar aprendizagem e desempenho, auxiliam na tomada de decisões, apoiam as intervenções e geram diagnósticos pontuais.

A proposta tem como objetivo contribuir e motivar docentes a inovar suas práticas pedagógicas utilizando a tecnologia como aliada para apoiar o ensino e a aprendizagem. Como resultado da pesquisa, tem-se a aceitação da tecnologia proposta que foi percebida pelos professores e coordenação pedagógica como útil, disponível, acessível e de fácil usabilidade. Com relação aos trabalhos futuros pretende-se realizar a modificação do modelo para capturar outras variáveis do ambiente, como por exemplo: o comportamento do usuário na utilização do sistema, afim de comparar como o método difuso proposto. Além disso, avaliar técnicas para otimizar, como Redes Neurais (RNN), Algoritmo Genéticos, entre outras para trabalhar de forma complementar.

## Referências

- Costa, K. C., de AA Harb, M. D. P., de Brito, S. R., & Favero, E. L. (2006). Acompanhamento do estudante em ambientes de aprendizagem utilizando Lógica Fuzzy. In WIE 2006.
- Doctor, F., & Iqbal, R. (2012). "An intelligent framework for monitoring student performance using Fuzzy rule-based linguistic summarization". In: IEEE International Conference on Fuzzy Systems.
- Gokmen, G., Akinci, T. Ç., Tektaş, M., Onat, N., Kocyigit, G., & Tektaş, N. (2010). "Evaluation of student performance in laboratory applications using Fuzzy logic". *Procedia Social and Behavioral Sciences*.
- Guimarães, M. D. P.; Martins, V. F.; Dias, D. C. (2013). "Uso de Lógica Fuzzy no Auxílio ao Acompanhamento Automático de Alunos utilizando um Ambiente de Aprendizagem". *Simpósio Brasileiro de Informática na Educação - SBIE*.
- Lopes, A. M. M.; Netto, J. F. M; Souza, R. A. L.; Almeida, T. O.; Mourao, A. B. & Lima, D. P. R. (2019). Improving Students Skills to Solve Elementary Equations in K-12 Programs Using an Intelligent Tutoring System. In: FIE 2019, Cincinnati, Ohio.
- Machado, M. A. S., Moreira, T. D. R. G., Gomes, L. F. A. M., Caldeira, A. M., & Santos, D. J. (2016). "A Fuzzy logic application in virtual education". *Procedia Computer Science*, 91, 1926.
- Mourão, Andreza; Malvezzi, William. R.; Bressan, G. (2010a). "Learning Evaluation in Classroom Mediated by Technology Model Using Fuzzy Logic at the University of Amazonas State". In: FIE 2010, Washington.
- Mourão, Andreza; Malvezzi, William. R.; Bressan, G. (2010b) "Uma Ferramenta Baseada em Teoria Fuzzy para o Acompanhamento de Alunos Aplicado ao Modelo de Educação Presencial Mediado por Tecnologia". In: XXI SBIE 2010, João Pessoa.
- Mourão, Andreza; Malvezzi, William. R.; Bressan, G. (2009) "Uma ferramenta Fuzzy de acompanhamento de estudantes em ambientes de aprendizagem no modelo presencial mediado por TV". In: ESuD 2009 - VI Congresso Brasileiro de Ensino Superior a Distância, Maranhão.
- Pedrycz, W. (1993). "Fuzzy Control and Fuzzy Systems" (p. Research Studies Press Ltd.– Taunton\ Somerset). John Wiley & Sons.
- Pinto, J. (2016). "A Avaliação em Educação: da linearidade dos usos à complexidade das Práticas". In: *Avaliação das Aprendizagens: Perspectivas, contextos e práticas*, Lisboa.
- SAEP. (2019). "Escala de proficiência em Matemática". Disponível em: <[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/saep/matematica/saep\\_mat\\_9ef/inter nas/escala.html](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/saep/matematica/saep_mat_9ef/inter nas/escala.html)>. Acessado em 10 de junho de 2019.
- Seffrin, H. M.; Jaques, P. (2014). "Modelando o conhecimento algébrico do estudante através de Redes Bayesianas Dinâmicas". *Simpósio Brasileiro de Informática na Educação - SBIE*.
- Stacey, K., & MacGregor, M. (1999). "Learning the algebraic method of solving problems". *The Journal of Mathematical Behavior*, 18(2), 149-167.
- Voskoglou, M. G. (2014). "Solving problems with the help of computers: A Fuzzy logic approach". *International Journal of Advances in Applied Mathematics and Mechanics*.
- Wang, Li-Xin. (1997). "A Course in Fuzzy Systems and Control". New Jersey: PrenticeHall International.
- Zadeh, L. A. (1956). "Fuzzy Sets". *Information and Control*, V.8: 338-353.