

ARPREM: Autoria de Regras de Produção Para Remediação de Erros Com Múltiplas Representações Externas

Leandro R. Ferreira¹, Andrey R. Pimentel¹

¹Departamento de Informática – Universidade Federal do Paraná
Curitiba – PR – Brazil

{leandroferreira}@ufpr.br, {andrey}@inf.ufpr.br

Abstract. *This research presents an authoring tool production rules present in a functionalist architecture of mathematical errors remediation across multiple external representations. The approach proposes a way understandable for individuals who do not have programming domain computers and insights of production rules that can make creation and edition of these rules through auxiliary interfaces that simulate the creation of an exercise and its resolution steps of a math problem.*

Resumo. *Esta pesquisa aborda uma ferramenta para autoria das regras de produção presentes em uma arquitetura funcionalista de remediação de erros matemáticos através das múltiplas representações externas. A abordagem propõe uma forma que fique compreensível para indivíduos que não possuam domínio de programação de computadores e conhecimentos profundos de regras de produção que possam efetuar a criação e edição destas regras através de interfaces auxiliares que simulam a criação de um exercício e suas etapas de resolução de um problema matemático.*

1. Introdução

Estudos apontam para a importância do aproveitamento do erro do aluno e utilizá-lo dentro de um contexto de reparação e de aquisição do conhecimento [Marczal and Direne 2011, Leite 2013, Oliveira 2011]. Em especial, Leite propôs uma Arquitetura Funcionalista para Remediação de Erros [Leite et al. 2012], unindo em seu trabalho teorias para aquisição de conceitos consolidadas como a Teoria de classificações de erros matemáticos, Teoria das Múltiplas Representações Externas (MREs) [Ainsworth 2006] e Teoria ACT - “Adaptive Control of Thought” de John Anderson [Anderson 1983]. Leite ainda apontou como trabalho futuro a possibilidade de se pensar em estruturar sua arquitetura em uma ferramenta de autoria com a finalidade de propor ao professor autonomia para atender à demanda de um grupo de alunos.

Ferramentas de autoria para Sistemas Tutores Inteligentes (STIs) são aplicativos com suporte a construção de STIs, permitindo que usuários sem conhecimento de programação construam seus próprios tutores e estrutrem o conhecimento [Murray 1999]. Estas ferramentas podem trazer vantagens por garantir que o produto final tenha os conceitos e itens importantes de um STI ao permitir a autoria de seus módulos.

Entre as ferramentas de autoria conhecidas, pode-se citar a Eon [Murray 1999], RUI [Direne 1993], FARMA [Marczal and Direne 2012] e CTAT [Aleven et al. 2006]. A “Cognitive Tutor Authoring Tools”(CTAT) permite a criação e edição de regras de

produção. Porém, exige do autor conhecimento prévio da sintaxe da linguagem JESS (*Java Expert System Shell*). Também há editores de regras de produção que deixam o conteúdo destas regras mais estruturado, porém ainda exige conhecimento por parte do professor em manipular estas regras. Além disso, estes trabalhos não contemplam autoria visando a remediação por MRE.

Este trabalho desenvolveu uma ferramenta que trata a abordagem para autoria de regras de produção de uma arquitetura de remediação de erros por Múltiplas Representações Externas, que possibilite ao professor adaptá-las às suas necessidades e que seja de fácil edição, visto que nem todos os professores possuem domínio sobre regras de produção e de como manipular estas regras adequadamente. Além disso, como contribuição a expansão esta autoria para outras arquiteturas, bem como a integração com outras ferramentas de autoria. Para atender ao objetivo, alguns passos foram necessários: implementação da arquitetura de remediação de erros; modelagem e implementação dos módulos de autoria de regras; simulação de respostas de um estudante fictício em objeto de aprendizagem.

2. Regras de Produção e ACT

As regras de produção são pequenas unidades de conhecimento relativamente independentes, mesmo trabalhando em conjunto com outras regras, permitindo assim que o conhecimento possa ser construído de forma incremental [Taatgen 2003]. Por exemplo, SE condição atendida ENTÃO uma ação ocorrerá. As regras de produção são compostas por fatos, condições e ações baseados na memória declarativa. Será disparada se suas condições forem atendidas. As condições de uma regra apresentam símbolos ou variáveis que devem ser unificadas com os fatos, através de um motor de inferência. Um sistema de produção é um conjunto de regras de produção, juntamente com uma memória de trabalho/declarativa (onde se localizam os fatos) e um algoritmo chamado encadeamento progressivo que gera novos fatos a partir de fatos já existentes.

A Teoria ACT (*Adaptive Control of Thought*) é uma teoria geral de cognição proposta por John Anderson [Anderson 1983], e desenvolvida principalmente por ele, que focaliza os processos de memória. Esta teoria sugere que o conhecimento humano é dividido em dois tipos básicos de conhecimento: o Conhecimento Procedimental e o Conhecimento Declarativo. O Conhecimento Declarativo é o conhecimento que podemos descrever, que temos consciência de como fazer. O Conhecimento Procedimental é o conhecimento ligado ao nosso comportamento sem nossa plena consciência e de uma forma natural. Este conhecimento pode ser representado por um conjunto de regras de produção que o especificam como uma determinada meta pode ser alcançada quando uma pré-condição é atendida.

ACT-R (*ACT Rational*) modela como os humanos recuperam itens de informação da memória e como eles resolvem problemas ao dividi-los em submetas e aplicam conhecimento da memória de trabalho quando necessário. A finalidade de um modelo ACT-R é interpretar comportamentos do estudante [Ritter et al. 2007], e para isso o modelo precisa interpretar corretamente a representação do conhecimento humano e também entender como que aquele conhecimento resulta em comportamentos específicos.

3. Múltiplas Representações Externas

Vários estudos apontam as vantagens em utilizar representações externas apropriadas no apoio à aprendizagem, melhorando o desempenho dos estudantes [Ainsworth 2006, Ainsworth 2008, Zhang 1997]. Ainsworth apresenta um estudo que defende o uso de mais de uma representação ou de representações dinâmicas, propondo a aprendizagem com Múltiplas Representações Externas (MREs - do inglês *Multiple External Representations*) [Ainsworth 2008].

Ainsworth destaca que as representações podem contribuir para a aprendizagem a partir de suas funções. Foi então proposta uma taxonomia para funções das MREs, com três grandes funções principais: complementar, restringir e construir.

4. Ferramentas de Autoria

Murray [Murray 1998] abordou a necessidade de ferramentas de autoria para STIs e descreveu algumas abordagens para a criação de aspectos de um tutor com base em conhecimento, englobando os principais módulos de um STI tradicional (modelo do domínio, estratégias de ensino, modelo do estudante e ambiente de aprendizagem). Utilizou o sistema de autoria Eon para suas demonstrações.

O “Cognitive Tutor Authoring Tools”(CTAT) é um ambiente de autoria que engloba um conjunto de ferramentas para auxiliar o autor no projeto, desenvolvimento, implementação, testes e manutenção de modelos cognitivos, os quais costumam ser difíceis de projetar e requerem uma alta perícia em psicologia cognitiva e inteligência artificial.

O CTAT tem o objetivo de resolver desafios envolvidos com a modelagem cognitiva [Koedinger et al. 2003], tornar o desenvolvimento mais fácil e rápido para desenvolvedores, possibilitar a construção de modelos cognitivos por educadores que não são especialistas em psicologia cognitiva ou inteligência artificial e permitir fácil conversão desses modelos cognitivos para tutores “model tracing”.

Direne desenvolveu um conjunto de ferramentas para autoria de STIs no ensino de diagnósticos por imagens de radiologia, através da interpretação, análise e exploração destas imagens, denominado “Representations for Understanding Images”(RUI) [Direne 1993]. O sistema RUI possui um módulo de autoria e um módulo de ensino. O módulo de autoria recebe o conhecimento sobre o domínio dos autores. São informados os conceitos e conhecimentos sobre as classes de anomalia e as imagens e suas descrições para formar a base de conhecimento do STI.

5. Arquitetura de Remediação de Erros Matemáticos e Classificação de Erros

No estudo desenvolvido por Leite [Leite et al. 2012, Leite 2013] foi abordada a remediação de erros matemáticos do estudante utilizando MREs. Para alcançar o objetivo de remediar o erro, foi desenvolvida uma classificação destes erros, com a finalidade de vincular tipos de erros matemáticos levantados de diversos estudos com as funções das múltiplas representações externas da taxonomia desenvolvida por Ainsworth [Ainsworth 1999]. Porém outras classificações relacionando tipos de erros com funções

das MREs podem ser propostas ou adaptadas para diferentes tipos de domínio e necessidades.

Em seguida, desenvolveu o estudo de uma arquitetura para esta remediação de erros, utilizada como base de estudo neste artigo. As etapas de remediação da arquitetura são: detecção do erro (Módulo Identificador de Expressões), classificação do erro (Módulo Classificador do Erro), classificação da função da MRE (Módulo Classificador da Função da MRE) e seleção da MRE (Gerenciador da MRE). Para cada módulo há uma base de regras que gera saídas utilizadas como entrada para o próximo módulo. A ferramenta oriunda dessa pesquisa se chama ARPTEM.

6. Autoria das Regras de Produção

Uma regra de produção possui uma parte para as declarações da base de conhecimento, uma para a avaliação das condições responsáveis para acionar a regra e outra para as ações que modificam esta base de conhecimento. Sendo assim, a estrutura da autoria da regra de produção possui estas três partes, para todas as regras e a transcrição da estrutura preenchida para as bases de regras possui um mesmo procedimento de tradução. Porém, uma base de regras difere de outras bases no que diz respeito às informações adicionadas em suas declarações, condições ou ações, pois cada grupo de regras possui um comportamento específico, que altera algum item da base de conhecimento que possa ser diferente de outra base de regras.

Conforme a autoria para remediação, cada estrutura de um grupo de regras será acionada. Em seguida, a estrutura da regra será preenchida conforme os dados preenchidos na interface, mostrada na figura 1, sendo que cada grupo utilizará um conjunto de dados específico, conforme definido no módulo Conversor de Regras. Após isso, a regra estará pronta para ser inserida em suas base de regra, como apresentado na figura 2.

7. Arquitetura da Autoria das Regras de Produção

A autoria completa consiste basicamente em três grandes etapas: criação de classificadores de erros, criação de MREs e criação do exercício. Se tornou conveniente criar uma simulação completa de criação do exercício, então para isso foram definidas interfaces para esta finalidade e auxiliar o processo de autoria.

7.1. Módulo de Criação da Classificação de Erro

Consiste em efetuar relacionamentos de tipos de erros com as funções das MREs. Para efeitos de testes, foi utilizada a classificação de erros feita por Leite [Leite et al. 2012], pois o objetivo deste trabalho não é propor e nem avaliar novas classificações de erros. O autor irá informar, para cada item do classificador, o Tipo de Erro, Subtipo (se houver) e a Função da MRE.

7.2. Módulo de Criação de MREs

Módulo responsável pelo cadastro e edição das MREs. Alguns atributos com a finalidade de auxiliar nos critérios de escolha da melhor MRE foram definidos, além de serem baseados nos estudos de Ainsworth [Ainsworth 2006]. Estes atributos são:

- Complexidade: 1 para MREs menos complexas até 5 para as mais complexas.

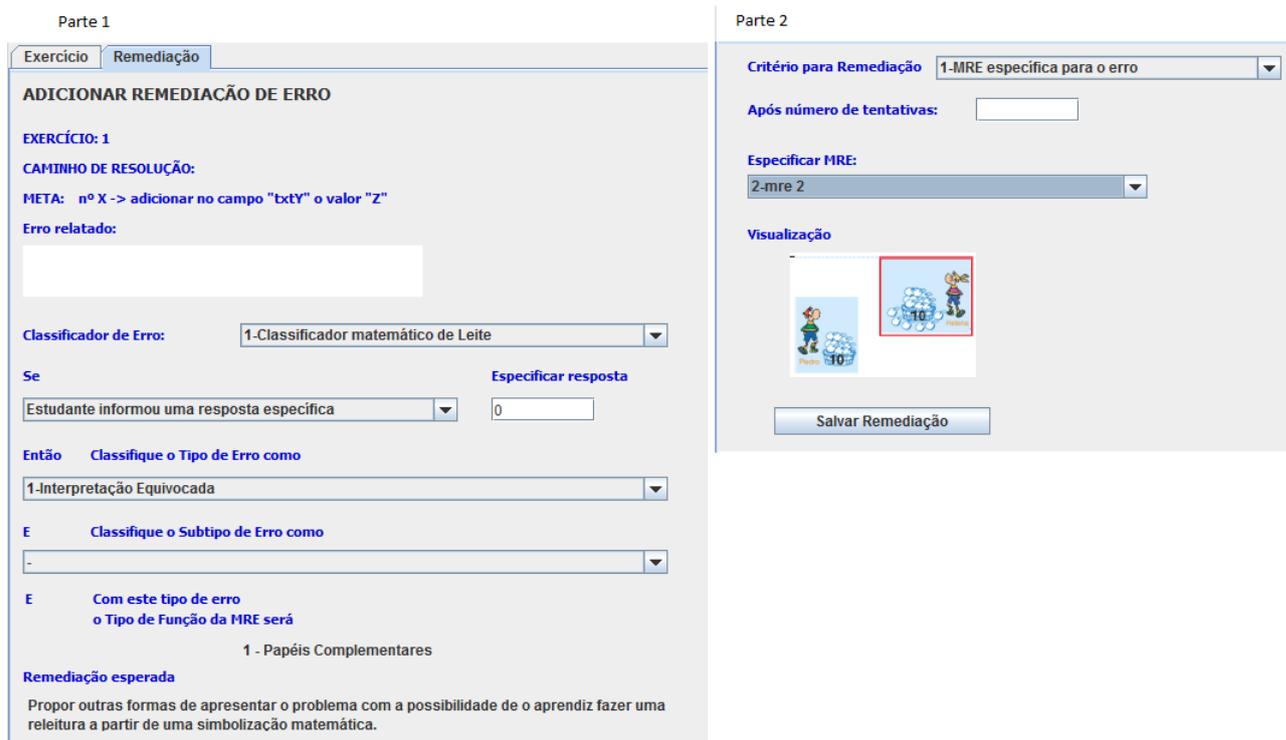


Figura 1. Interface para a remediação de erros. As informações preenchidas e identificadores da etapa do exercício serão utilizados para o preenchimento da estrutura de regras.

<p>Regra RespostaErrada_ Caminho_1_ Meta_1_ Componente_txt3: declarações caminho meta componente condições caminho = 1 e meta = 1 e componente = txt3 = “_” ações marque resposta como 'errada' e resposta errada recebe “-”</p>	<p>Regra ClassificadorDeErro_ TipoErro_DiretamenteIdentificavel_ SubtipoErro_DeficiênciaOperador_ Caminho_1_ Meta_1_ Componente_txt3: declarações caminho meta componente condições caminho = 1 e meta = 1 e componente = txt3 e valor do componente = “_” ações marque o tipo de erro como “diretamente identificável” E marque o subtipo de erro como “deficiência na escolha do operador”</p>	<p>Regra ClassificadorDeFunçãoMRE_ Caminho_1_ Meta_1_ Componente_txt3: declarações caminho meta componente tipo de erro subtipo de erro condições caminho = 1 e meta = 1 e componente = txt3 e valor do componente = “_” e tipo de erro = “diretamente identificável” e subtipo de erro = “deficiência na escolha do operador” ações marque a função MRE como “compreensão mais aprofundada”</p>
--	--	--

Figura 2. Estruturas das regras de produção preenchidas com as informações da interface de remediação e prontas para serem adicionadas às suas respectivas bases de regras.

- Função ou Funções que a MRE exerce: as três principais da taxonomia de Ainsworth - Papéis Complementares, Restrição de Interpretação e Compreensão Mais Aprofundada [Ainsworth 1999].
- Tipos que compõem a MRE: foram escolhidos seis tipos - Texto, Equação, Tabela, Imagem, Vídeo e Gráfico.

As MREs e suas informações serão armazenadas numa base de MREs para posterior utilização destes dados, na autoria das regras de produção.

7.3. Módulo de Criação de Exercícios

Este módulo é o principal e que dispõe a interface para edição e criação das regras de produção. Está dividida em duas partes: criação das metas e criação das remediações.

Na tela de criação das metas, o autor cria o exercício por demonstração dos passos que o estudante deve seguir para resolução do problema, seguindo preceitos do ACT (“model tracing”) e Programação por Demonstração. Cada passo é informado o estado dos componentes (quais valores eles possuem no momento) e a meta para atingir o outro estado, que consiste no preenchimento de um valor esperado para um componente. Para cada meta, o autor pode acrescentar as remediações de erro necessárias com a finalidade de auxiliar o estudante no caminho de resolução. Através do Conversor de Regras, cada meta irá gerar regras de produção para o módulo Identificador de Expressões, assim a arquitetura de remediação de erros identificará quais as respostas corretas, que são as respostas esperadas para cada meta. Para a construção das regras, o Conversor de Regras utilizará informações de identificação do exercício, caminho de resolução, meta, componente e valor informado do componente para gerar uma regra identificadora de resposta correta.

A tela de criação da remediação é a interface que traduz as informações passadas pelo autor para as regras de produção responsáveis pela remediação do erro matemático, conforme visto na figura 1. O Controlador de Definição auxilia o preenchimento das informações passadas pelo autor, para garantir que a remediação criada consiga retornar uma MRE, após suas regras serem acionadas. Além disso, monitora as informações para que correspondam ao classificador selecionado para a remediação, cadastrado anteriormente.

Assim sendo, o usuário seleciona um classificador dentre os disponíveis, e o Controlador de Definição selecionará os Tipos de Erros deste classificador. Após a seleção do Tipo de Erro, o Controlador de Definição irá mostrar os Subtipos de Erros disponíveis para o Tipo de Erro, se houver, para ser também selecionado. Em seguida, após a seleção do Subtipo de Erro, o Controlador de Definição exibirá ao autor qual a Função da MRE correspondente à classificação do Tipo e/ou Subtipo de erro definido pelo classificador. Esta seleção permitirá ao Controlador de Definição filtrar as MREs candidatas a aparecerem na remediação, que possuam o mesmo tipo de Função da MRE resultante das seleções informadas anteriormente, garantindo assim uma remediação que possibilite o retorno de alguma MRE. Caso não haja MREs que possuam a Função da MRE selecionada, o Controlador de Definição não permitirá criar regras de produção para a remediação criada.

A estrutura dos módulos integrados com a arquitetura funcionalista de remediação de erros é apresentada na figura 3.

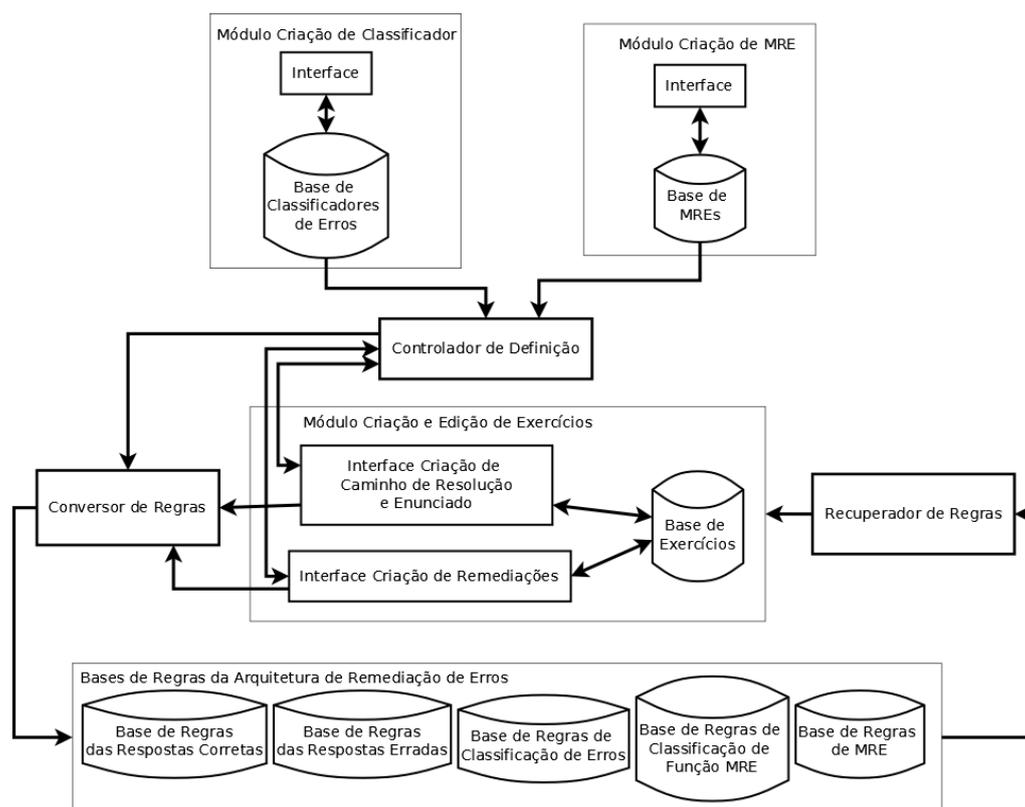


Figura 3. Estrutura dos módulos apresentados e suas ligações.

Alguns critérios de remediação foram inseridos com a finalidade de demonstrar e auxiliar a escolha da melhor MRE para uma remediação definida. Estes critérios foram abstraídos de estudos de [Leite 2013] e [Oliveira 2011] e adaptados: MRE específica para um determinado erro, não utilizar determinada MRE, persistência no erro, alternar entre MREs de uma Função da MRE, complexidade e sucessos anteriores de uma MRE.

A partir de uma remediação informada e preenchida de forma que o Módulo Controlador de Definição confirme que a remediação retorne MREs caso seja acionada, o Convertor de Regras irá efetuar o mapeamento destas informações para as bases de regras de produção. Cada base de regras de produção da arquitetura de remediação de erros, com exceção da Base de Regras para Respostas Corretas, solicitará um conjunto de informações específicas para sua composição. Para a Base de Regras para Respostas Erradas e Base de Regras para Classificador de erro, o módulo solicitará informações de caminho, meta, componente e erro. Para a Base de Regras para Classificador de Função de MRE serão solicitados informações de caminho, meta, componente, tipo de erro e subtipo de erro (se houver). Já as entradas para a criação de regras na Base de Regras para MREs dependerão do critério escolhido, como informações do próprio critério de remediação, conjunto das MREs que possuem a Função de MRE, MRE (específica para um determinado erro ou a não utilização de uma MRE na etapa atual), número de tentativas (para o critério “persistência no erro”).

O módulo Gerenciador de MRE será responsável por definir qual a MRE que o aluno precisa para resolver o erro cometido em uma determinada etapa e avançar na resolução do problema. Este módulo recebe como entrada a ação do estudante na etapa

corrente, após avaliação pelas outras bases de regras, as quais verificam se a ação foi identificada como erro, a identificação do tipo do erro e da função da MRE a qual o tipo de erro está vinculado. Esta ação contém informações de localização da meta que o estudante deve cumprir, número de tentativas para a etapa corrente, função da MRE e histórico de ações. Todas as informações necessárias para selecionar a melhor MRE candidata a auxiliar o estudante são requeridas pelas regras de produção conforme o critério de remediação selecionado pelo autor no processo de autoria.

Além destes módulos, há o Recuperador de Regras, responsável por monitorar a edição das regras de produção nas bases, através da interface. Uma vez o exercício escolhido, o autor seleciona a meta ou a remediação registrada e o Recuperador de Regras identificará os vínculos envolvidos com as regras de produção. Estes vínculos de metas e remediações para as regras de produção são criados juntos com o exercício, que consiste no registro das regras de produção envolvidas com as metas e remediações. Estas edições utilizarão o mesmo Módulo de Criação do Exercício, juntamente com o Controlador de Definição que possui o mesmo objetivo na criação do exercício, e garantirá que as edições resultem em regras de produção viáveis.

8. Resultados

Foi construído um objeto de aprendizagem no próprio estudo, através da interface de autoria da ARPTEM, com modelagem de um caminho de resolução do exercício completo e os erros esperados durante a resolução, com sua devida remediação para cada caso, seguindo classificação de MREs validada por Leite [Leite 2013]. Cada remediação representa a classificação do erro, qual a função de MRE atendida, o critério de seleção da MRE e as MREs candidatas. Todo este procedimento de criação de caminho de resolução e remediações geram as regras de produção que devem se comportar conforme esperado na construção do exercício. A figura 4 apresenta o diagrama de caminho de resolução da criação de um exercício da ferramenta, ao mostrar cada estado do objeto de aprendizagem com os componentes de interface e as remediações esperadas para cada caso.

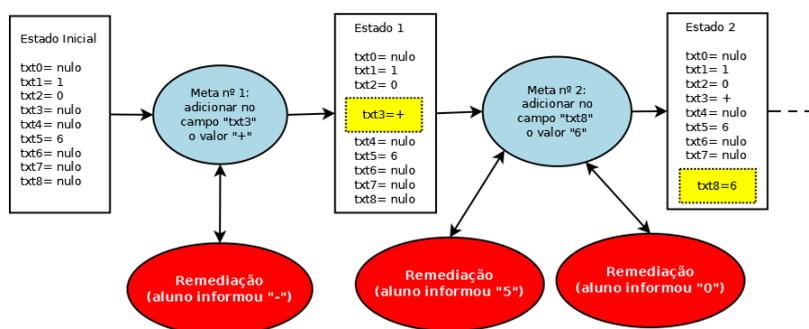


Figura 4. Diagrama do caminho de resolução de um exercício.

Para análise das saídas (MREs) que a arquitetura desenvolvida retornou, foi feito o mapeamento de alguns cenários da resolução, com a finalidade de avaliar se as MREs indicadas pelas regras de produção condizem com as MREs indicadas na autoria do exercício. Cada cenário estudou um critério de remediação (que são “Persistência no Erro”, “MRE Específica”, “Sucessos Anteriores”, “Não Mostrar MRE”, “Alternância entre MREs”) e a simulação efetuou erros esperados e não esperados para uma determinada

etapa de resolução. Para todas as simulações, as regras de produção retornaram as saídas esperadas, além de acionar uma regra para cada módulo. Porém, algumas mudanças no motor de inferência utilizado foram necessárias para otimizar o retorno de MREs para os critérios de remediação que podem retornar várias MREs (MREs candidatas, de uma mesma função, várias regras podem ser acionadas, mas motor de inferência sempre estava acionando a regra gerada primeiro).

9. Conclusões

Neste trabalho foi apresentada uma ferramenta para a autoria das regras de produção para remediação de erros através das múltiplas representações externas em objetos de aprendizagem para o ensino de matemática. Também foi apresentada uma extensão da arquitetura proposta por Leite [Leite 2013] para remediação de erros com múltiplas representações externas.

A abordagem de autoria proposta neste trabalho procura tornar mais fácil a criação, pelo professor, de um comportamento mais adaptável em objetos de aprendizagem. Facilidade no que se refere na manipulação das regras ao diminuir esforços de tempo e custo. Vale ressaltar que validações junto com professores ainda não foram feitas, devido ao tempo e ao escopo da pesquisa. Porém, como a simulação retornou as saídas esperadas pelo procedimento de autoria feito no estudo, é sugerido que a ferramenta funcione como o esperado pelos autores de outros objetos de aprendizagem. Além disso, a autoria visa tornar estes objetos mais adequados às necessidades de cada aprendiz, durante sua interação com o objeto.

Um objeto de aprendizagem foi projetado para auxiliar na análise das saídas esperadas desta autoria, usando como base a proposta de Leite para o domínio da aritmética [Leite 2013]. Na arquitetura apresentada, existe um mecanismo para o armazenamento das ações do estudante que poderá contribuir para a análise do comportamento do estudante na resolução do exercício.

Pretende-se criar outras situações e modelagens de exercícios, com especialistas de diferentes domínios matemáticos para validação com relação à utilização da ferramenta, visto que a autoria é baseada em caminhos de resolução orientados ao estado do objeto para cada interação do aprendiz. A ferramenta é livre para variáveis mais específicas como faixa etária ou tipo de exercício, o que dependerão da modelagem estratégica e de domínio dos autores.

Além disso, em trabalhos futuros, pode-se aproveitar a base de dados das ações para uma avaliação qualitativa das remediações, dos critérios de remediação das funções das MREs, dos tipos das MREs e se a autoria desenvolvida foi satisfatória. Com relação aos critérios de seleção, estes podem ser estudados de diversas formas: reformulados, inseridos novos critérios ou combinados para uma mesma remediação, visto que alguns podem ser mais úteis quando a arquitetura tiver um histórico maior de ações dos estudantes do que em uma base vazia.

Também estudos com *data mining* e aprendizagem de máquina podem aproveitar a base de dados das ações do estudante e incentivar pesquisas para autoria inteligente, ao indicar para o professor autor quais classificadores, funções e critérios de seleção são mais apropriados em um determinado exercício.

Referências

- Ainsworth, S. (1999). The functions of multiple representations. 33:131–152.
- Ainsworth, S. (2006). Deft: A conceptual framework for learning with multiple representations learning and instruction. *Learning and Instruction*, 16(3):183–198.
- Ainsworth, S. (2008). The educational value of multiple-representations when learning complex scientific concepts. *Theory and practice in science education*, page 191–208.
- Aleven, V., McLaren, B. M., Sewall, J., and Koedinger, K. R. (2006). The cognitive tutor authoring tools (ctat): Preliminary evaluation of efficiency gains. pages 61–70.
- Anderson, J. (1983). *The architecture of cognition*. Harvard University Press.
- Direne, A. I. (1993). *Methodology and Tools for Designing Concept Tutoring Systems*. PhD thesis.
- Koedinger, K. R., Aleven, V. A., and Heffernan, N. (2003). Toward a rapid development environment for cognitive tutors. Technical report.
- Leite, M. D. (2013). *Arquitetura para Remediação de Erros Baseada em Múltiplas Representações Externas*. PhD thesis, Universidade Federal do Paraná.
- Leite, M. D., Pimentel, A. R., and Pietrichinkski, M. H. (2012). Remediação de erros baseada em múltiplas representações externas e classificação de erros aplicada a objetos de aprendizagem inteligentes. *Anais do 23º Simpósio Brasileiro de Informática na Educação*.
- Marczal, D. and Direne, A. I. (2011). Um arcabouço que enfatiza a retroação a contextos de erro na solução de problemas. *Revista Brasileira de Informática na Educação*, 19(63-73):19–27.
- Marczal, D. and Direne, A. I. (2012). Farma: Uma ferramenta de autoria para objetos de aprendizagem de conceitos matemáticos. *Anais do 23º Simpósio Brasileiro de Informática na Educação*, page 249–255.
- Murray, T. (1998). Authoring knowledge based tutors: Tools for content, instructional strategy, student model, and interface design. *Journal of the Learning Sciences*, 7(1):5–64.
- Murray, T. (1999). Authoring intelligent tutoring systems: An analysis of the state of the art. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 10:98–129.
- Oliveira, F. D. (2011). Suporte ao aprendizado apoiado por múltiplas representações externas através da análise e remediação de erros. Master's thesis, Universidade Federal do Paraná.
- Ritter, S., Anderson, J. R., Koedinger, K. R., and Corbett, A. (2007). Cognitive tutor: Applied research in mathematics education. *Psychonomic Bulletin & Review*, pages 249–255.
- Taatgen, A. N. (2003). Learning rules and productions. *Encyclopedia of Cognitive Science*, (2):822–830.
- Zhang, J. (1997). The nature of external representations in problem solving. *Cognitive Science*, 21(2):179–217.