

JLinkIt : Um ambiente de modelagem dinâmica computacional para o ensino-aprendizagem de Ciências

Márcia Valpassos Pedro, Fábio Ferrentini Sampaio

Núcleo de Computação Eletrônica – UFRJ (NCE / UFRJ)
Caixa Postal 2324 – 20001-970 – Rio de Janeiro – RJ– Brasil
{marciavp@globocom, ffs@nce.ufrj.br}

***Abstract.** This paper presents a computer-based modeling system called JlinkIt developed to be used in educational settings. It also discusses the possibilities of modeling and simulation as an activity that permits students to express and explore their knowledge in different areas of the school curriculum.*

***Resumo.** Este trabalho apresenta o ambiente de modelagem computacional semiquantitativo JLinkIt, desenvolvido para ambientes de ensino. Também são discutidas as possibilidades de modelagem e simulação como atividades que permitem aos estudantes expressarem e explorarem conhecimentos em diferentes áreas do currículo escolar.*

1. Introdução

Os Parâmetros Curriculares Nacionais constituem um referencial que busca orientar e garantir a coerência das políticas de melhoria da qualidade do ensino fundamental e médio no Brasil [PCN, 2007]. Não deve ser entendido, no entanto, como um modelo curricular homogêneo e impositivo que se sobrepõe à autonomia de professores e equipes pedagógicas.

A partir de uma reflexão sobre as idéias dos PCNs no contexto do ensino de matemática e ciências, pode-se dizer que é valorizada muito mais a compreensão das idéias subjacentes aos conceitos matemáticos e científicos e o modo como estas serão buscadas, do que a sua sistematização, muitas vezes vazia de significados.

O computador e a Modelagem Computacional neste contexto podem ser vistos como elementos facilitadores na criação de ambientes favoráveis à exploração de eventos científicos e desenvolvimento de determinadas habilidades cognitivas, na medida em que possibilitam a construção e simulação de diferentes situações e eventos que se modificam em função de diferentes variáveis. Tais características permitem que o aluno possa fazer inúmeras tentativas variando as condições, observando regularidades e pensando a partir de hipóteses, ao mesmo tempo em que é possível a construção e a análise dos gráficos para cada simulação realizada [CLEExchange, 2007; Forrester, 1992; Sampaio & Torres, 1999].

2. O Ambiente de modelagem computacional JLinkIt

O software JLinkIt é um ambiente para a construção e simulação de modelos dinâmicos, implementando soluções numéricas por meio de equações diferenciais. O diferencial deste

software em relação a outros ambientes de modelagem educacional, tais como, STELLA [Richmond, 1987] e Modellus [Teodoro, 2000], está no uso não explícito dessas equações, permitindo aos estudantes trabalharem com problemas que envolvam taxas de variação de diferentes níveis de complexidade, sem a necessidade de um conhecimento formal dos conceitos matemáticos que regem estes tipos de problemas.

O programa oferece uma interface de manipulação direta – semelhante ao ambiente Windows – onde os estudantes, para a criação dos modelos, devem utilizar um ou mais dos seus objetos básicos (variável contínua, variável liga-desliga, relacionamento de taxa e relacionamento de proporção) selecionados na Barra de Ferramentas (Figura 1). A representação do modelo no software faz com que os alunos utilizem o raciocínio semiquantitativo. Este envolve a identificação das relações de causa e efeito presentes no modelo, passando pela análise de comportamentos do tipo: se A aumenta então B também aumenta, ou, se A aumenta então B diminui e assim por diante [Bliss et all, 1992; Sampaio, 1996].

Para a simulação, o software analisa o modelo construído e monta um sistema de equações diferenciais para calcular os valores das variáveis do modelo. O resultado da simulação é apresentado ao usuário de forma interativa (passo a passo) através da animação dos objetos presentes na tela do computador e do desenho dos gráficos pertinentes (ver Figura 1).

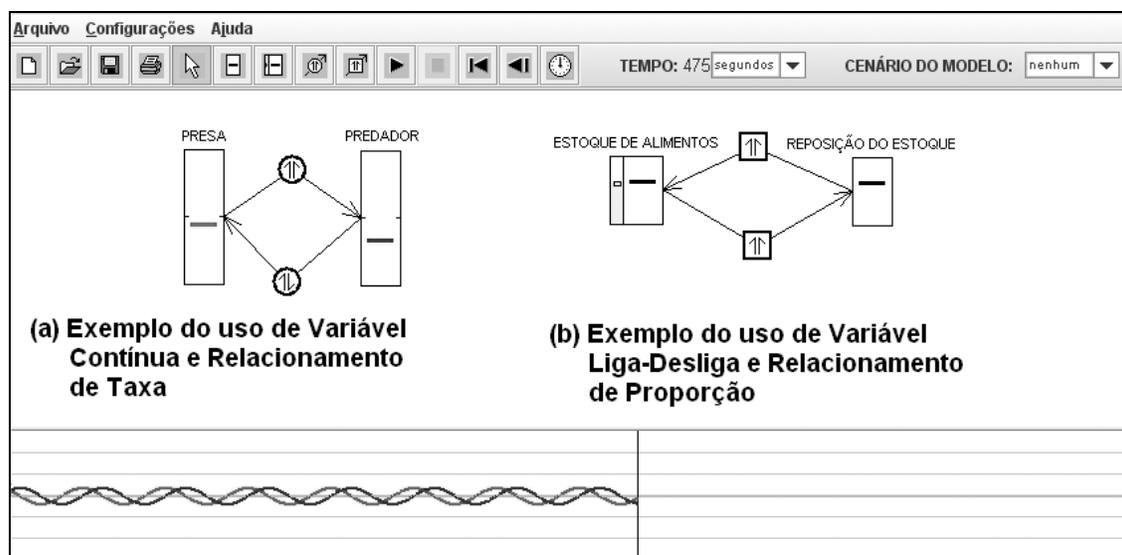


Figura 1. O ambiente Jinkit com 2 modelos distintos e o gráfico das variáveis “PRESA” e “PREDADOR”

As variáveis, de uma forma geral, são utilizadas para representar objetos e eventos do problema a ser modelado. Neste ambiente elas podem ser de dois tipos: (a) Variável Contínua - permanece ativa durante todo o tempo de simulação, influenciando suas variáveis dependentes e sendo influenciada pelas variáveis causadoras conectadas a ela (exemplo: variáveis *PREDADOR*, *PRESA* e *REPOSIÇÃO DO ESTOQUE* – Figura 1). É representada por um retângulo com uma barra horizontal, chamada Barra de Nível, determinando o nível da variável e (b) Variável Liga-Desliga - é representada por um retângulo dividido em duas partes. A parte à direita, funciona como uma Variável Contínua e a parte à esquerda contém um indicador de nível com um pequeno retângulo representando a posição do gatilho (exemplo: variável *ESTOQUE DE ALIMENTOS* – Figura 1). Ela ativa as variáveis dependentes somente quando ultrapassa o valor determinado pelo gatilho, sendo influenciada pelas variáveis causadoras conectadas a ela durante todo o tempo de simulação.

Os relacionamentos podem ser de dois tipos: (a) Relacionamento de Taxa (ou Gradual) - representado por um círculo - indica que o valor da variável causadora é uma taxa de variação da variável dependente (exemplo: relacionamentos entre *PREDADOR* e *PRESA* – Figura 1) e (b) Relacionamento de Proporção (ou Imediato) - representado por um quadrado - indica uma relação linear entre as variáveis, sendo o valor da variável afetada imediatamente calculado a partir dos valores das variáveis causadoras (exemplo: relacionamentos entre *ESTOQUE DE ALIMENTOS* e *REPOSIÇÃO DE ESTOQUE* – Figura 1).. Matematicamente, o relacionamento de taxa representa relações do tipo $y(t+1) = y(t) + a*x$, que é uma aproximação temporal discreta da equação diferencial linear $(dy/dx) = a*x$, onde a é uma constante. Já o relacionamento de proporção utiliza relações do tipo $y = a*x$, onde a é uma constante. Uma forma qualitativa de perceber a diferença entre os dois tipos de relacionamentos é que no primeiro, o valor da variável dependente vai crescer ou diminuir gradualmente com o passar do tempo, enquanto que no relacionamento de proporção o valor da variável dependente fica automaticamente determinado, não se alterando com o passar do tempo. A Figura 1 acima exhibe os dois tipos de relacionamentos.

As variáveis podem ter alguns de seus atributos alterados, tais como: nome; faixa de variação (os valores assumidos podem ser positivos ou zero, ou podem assumir qualquer valor do conjunto dos números reais); situação (identifica se uma variável está influenciando as demais variáveis dependentes conectadas a ela, ou se está inativa); a combinação dos relacionamentos (determina de que maneira as variáveis causadoras afetarão a variável dependente, identificando se o cálculo será de soma, multiplicação ou média aritmética); a cor da barra de nível e se a variável terá um gráfico associado durante a simulação do modelo. Para as variáveis Liga-Desliga, além dos atributos citados acima, estão disponibilizadas as seguintes propriedades: Ligar (permite definir se uma variável Liga-Desliga irá influenciar suas variáveis dependentes quando seu valor for maior ou menor do que o valor do gatilho); efeito quando ligada (permite definir a intensidade da influência desta variável sobre as suas dependentes).

Para os relacionamentos existe a possibilidade de modificar as seguintes propriedades: direção (permite definir se as variáveis causadora e dependente terão um comportamento no mesmo sentido ou em sentidos opostos); situação (indica se o relacionamento está ativo ou não) e o efeito (define a intensidade da influência do relacionamento sobre a variável afetada, podendo ser “fraco”, “forte” ou “normal”).

3. Características do desenvolvimento do software

O ambiente JLinkIt foi desenvolvido a partir de uma análise de uso em sala de aula dos softwares LinkIt e WLinkIt, desenvolvidos pela mesma equipe.[Sampaio, 1996; Pimentel, 2000; Moreira, 2001; Camiletti, 2001; Cardoso, 2004; Pedro, 2006].

O programa foi desenvolvido em linguagem Java e sua implementação ocorreu em um ambiente cliente-servidor com o uso da tecnologia de servlets e JSP's. No momento em que o arquivo JLinkIt. JSP é executado, o Applet JLinkit é carregado para a máquina do cliente. O ambiente do servidor contém os arquivos com os dados dos modelos e alguns módulos da tecnologia de servlets e JSP's para gerenciar a consulta e manutenção dos modelos.

Esta estratégia de desenvolvimento adotada no JLinkIt possibilita que os modelos criados no software possam ser manipulados via Web. Tal condição traz consigo a possibilidade dos professores e alunos compartilharem entre si modelos, aulas e tutoriais fora do espaço e horário escolar. Possibilita ainda a criação de situações de ensino-aprendizagem que incentivem a cooperação/colaboração entre alunos em projetos desenvolvidos por escolas/grupos localizados em diferentes regiões geográficas.

4. A matemática do ambiente JLinkIt

A Matemática que controla o comportamento do modelo durante a sua simulação utiliza alguns conceitos, como funções de ativação e funções squashing, adaptados do processamento de algumas redes neurais (veja capítulos 9 e 10 de [Rumelhart & Mclelland, 1987]). Os valores das variáveis são calculados no intervalo estabelecido pela sua faixa de variação e passam pela função de squashing para que sejam exibidos no intervalo [-1,1].

O software pode utilizar tanto o Método de Euler, quanto o Método Runge Kutta¹ para a obtenção dos valores das variáveis a cada iteração. A Tabela 1 exibe as equações utilizadas para o Método de Euler, adotando a seguinte notação: o modelo tem n variáveis a_j ($1 \leq j \leq n$) e L links ($L \geq 0$) com pesos w . Um link entre a_i e a_j pode ser representado por w_{ij} . Sendo m o número de links chegando a a_j , $a_j(t)$ é o valor interno da variável no tempo t (após a função de squashing).

No início da simulação, o sistema cria uma matriz com informações sobre as variáveis dependentes que estão envolvidas em pelo menos um relacionamento ativo. Para cada iteração são utilizados os valores das variáveis na iteração anterior, sendo que na primeira iteração ($t=0$), o valor inicial de cada variável é aquele atribuído pelo usuário, por meio da movimentação da Barra de Nível. O valor final pode ser zero caso seja uma variável Liga-Desliga que não atingiu o valor do gatilho, ou se foi obtido um valor negativo para variáveis que só permitem valores positivos.

¹ Métodos utilizados na obtenção de soluções numéricas para equações diferenciais ordinárias.

Tabela 1. Cálculo das Variáveis durante a Simulação

| | | |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Passo 1 | Expandir os valores de cada variável de input a_i que chega à variável a_j | $VL_i = \ln\left(\frac{1 + a_i}{1 - a_i}\right)$ |
| Passo 2 | Calcular o valor do input da variável de acordo com o tipo de combinação escolhida para os relacionamentos que chegam à variável. | Média Aritmética : $Input_j = \left(\frac{\sum_{j=1}^m VL_i * w_{ij}}{\sum_{j=1}^m w_{ij}} \right)$ |
| | | Adição : $Input_j = \left(\sum_{j=1}^m VL_i * w_{ij} \right)$ |
| | | Multiplicação: $Input_j = \left(\prod_{j=1}^m (VL_i * w_{ij}) \right)$ |
| Passo 3 | <p>. Expandir o valor calculado na iteração anterior (função $\ln(x)$)</p> <p>. Calcular o novo valor da variável de acordo com o tipo de relacionamento que chega à mesma ($Damping_j$ é o valor da auto-mudança associado à variável).</p> <p>. Utilizar a função de squashing ($\exp(x)$) para obter o valor final.</p> | <p>Relacionamento de Taxa:</p> <p>$DT = 0,1$</p> <p>$VL_j(t-1) = \ln\left(\frac{1 + a_j(t-1)}{1 - a_j(t-1)}\right)$</p> <p>$VL_j(t) = VL_j(t-1) + DT * Input_j - Damping_j * VL_j(t-1)$</p> <p>$Squash_j = \left(\frac{\exp(VL_j(t)) - 1}{\exp(VL_j(t)) + 1} \right)$</p> <p>$a_j(t) = Squash_j$</p> |
| | | <p>Relacionamento de Proporção:</p> <p>$VL_j(t-1) = \ln\left(\frac{1 + a_j(t-1)}{1 - a_j(t-1)}\right)$</p> <p>$VL_j(t) = Input_j - Damping_j * VL_j(t-1)$</p> <p>$Squash_j = \left(\frac{\exp(VL_j(t)) - 1}{\exp(VL_j(t)) + 1} \right)$</p> <p>$a_j(t) = Squash_j$</p> |

No início da simulação, o sistema cria uma matriz com informações sobre as variáveis dependentes que estão envolvidas em pelo menos um relacionamento ativo. Para cada iteração são utilizados os valores das variáveis na iteração anterior, sendo que na primeira iteração ($t=0$), o valor inicial de cada variável é aquele atribuído pelo usuário, por meio da movimentação da Barra de Nível. O valor final pode ser zero caso seja uma variável Liga-Desliga que não atingiu o valor do gatilho, ou se foi obtido um valor negativo para variáveis que só permitem valores positivos.

5. Possibilidades de uso do software JLinkIt

Segundo Ford (1999) existem três tipos de comportamentos possíveis para sistemas dinâmicos: crescimento, decrescimento ou oscilação. Para o crescimento e decrescimento se destacam como padrões fundamentais os comportamentos linear e exponencial. Desta forma, a seguir são descritos exemplos de utilização do software JlinkIt para modelos com comportamentos linear, exponencial e oscilatório.

5.1. Comportamento Linear

O processo linear tem como característica o fato da sua taxa de variação ser sempre constante. Ele é representado pela seguinte equação diferencial [Kurtz dos Santos, 1995]:

$$\frac{dX}{dt} = k \quad \text{ou} \quad \frac{dX}{dt} = -k \quad (1)$$

Esta equação tem como solução: $X(t) = X(0) + kt$ ou $X(t) = X(0) - kt$ (2)

O software JLinkIt utiliza o Relacionamento de Taxa para representar uma taxa de variação de uma variável cumulativa. A Figura 2 exibe três modelos, com seus respectivos gráficos de comportamento linear. A variável “DX/DT” representa a taxa de variação atuando sobre a variável cumulativa “X”. A variável “DX/DT” permanece inalterada durante a simulação do modelo, caracterizando desta forma o comportamento linear. Nos três casos, a variável “X” possui valor inicial (representado por X(0) na fórmula (2) acima) igual a zero.

A taxa de variação igual a zero - caso (A) - traz como consequência o fato de não haver variação ao longo do tempo. Portanto a variável “X” permanece inalterada. O caso (B) - taxa de variação maior do que zero - significa uma variação positiva constante ($k > 0$) sobre a variável “X” provocando um aumento gradual ao longo do tempo, caracterizando um padrão de crescimento linear. Uma taxa negativa ($k < 0$), como mostrado no caso (C), provoca uma diminuição gradual e constante sobre a variável “X”, caracterizando assim um padrão de decrescimento linear.

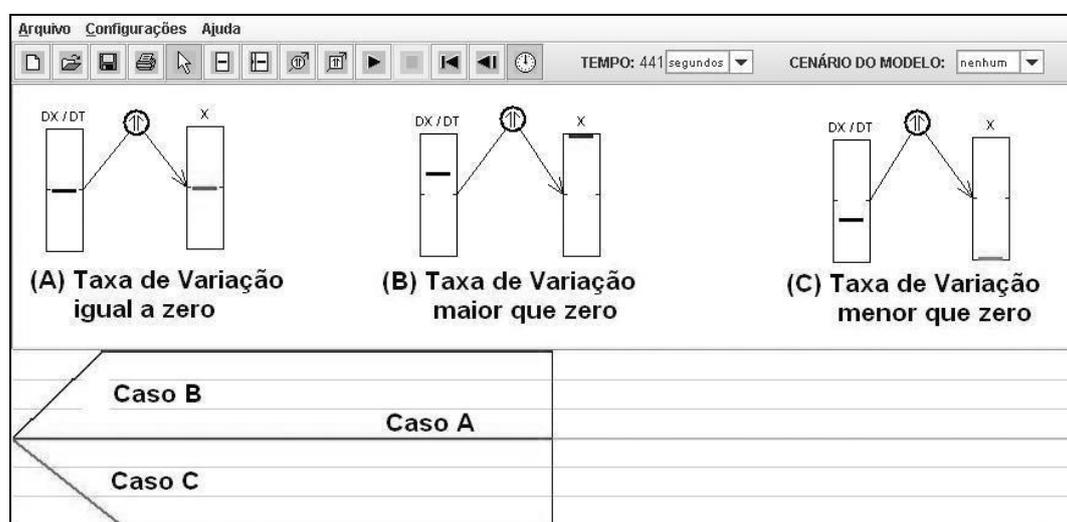


Figura 2. Possibilidades de comportamento linear no JlinkIt

Podemos citar o movimento retilíneo uniforme e os juros simples como exemplos de problemas que apresentam comportamento linear e que estão relacionados aos currículos do ensino fundamental (2º. segmento) e ensino médio.

5.2. Comportamento Exponencial

Segundo Ford (1999) o processo exponencial é um dos padrões mais importantes para estudar os fenômenos da natureza e tem como característica principal o fato da sua taxa de variação ser proporcional ao valor da própria grandeza, conforme evidenciado pela sua equação diferencial [Kurtz dos Santos, 1995]:

$$\frac{dX}{dt} = kX, \text{ que apresenta como solução: } X(t) = X(0)e^{kt}$$

A dinâmica de crescimento exponencial resulta de processos cumulativos (feedback positivo ou de reforço). Esses processos ocorrem quando a variação líquida do sistema é proporcional ao seu estado atual, reforçando a tendência existente.

O comportamento exponencial pode ser obtido no JLinkIt por meio de ciclos de retroalimentação positivos² (enlaces de reforço) [Forrester, 1968; CLEExchange,2004] com taxas positivas que não se alteram ao longo do processo. A Figura 3 exhibe o resultado da simulação no software de três casos distintos.

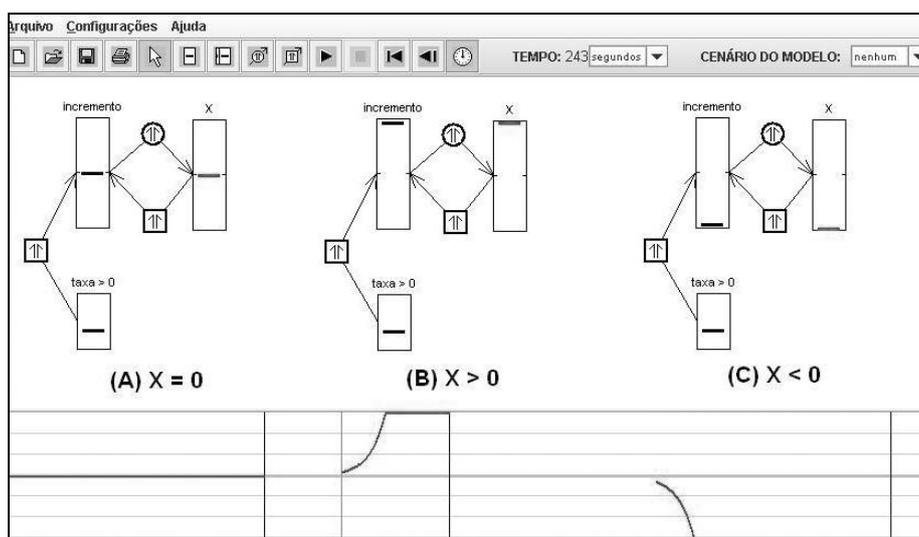


Figura 3. Possibilidades de comportamento exponencial no JLinkIt

Para esta categoria de problemas, a cada passo da simulação, o valor de “incremento” é calculado por meio da multiplicação do valor de “x” pelo valor de “taxa”. Os Relacionamentos de Proporção partindo das variáveis “x” e “taxa” para a variável “incremento” permitem que estes valores possam ser utilizados neste tipo de cálculo. De outra forma, o Relacionamento de Taxa entre as variáveis “incremento” e “x” permitem que a primeira seja utilizada como uma taxa de variação da segunda, podendo causar então uma variação gradual sobre “x”. O comportamento exponencial de “x” é ocasionado pelo fato da variável “incremento” ser sempre calculada proporcionalmente ao valor de “x”.

² Caracterizam um crescimento ou declínio a uma taxa sempre crescente

No caso (a) – “x” igual a zero - o valor do incremento sempre será igual a zero, já que envolve um cálculo de multiplicação, causando então uma estabilidade no valor de “x”. O caso (b) – “x” maior que zero – como envolve a multiplicação de duas variáveis sempre positivas (“x” e “taxa”), proporciona um crescimento exponencial para a variável “x”. Já no caso (c) – “x” menor que zero - a multiplicação de variáveis com sinais diferentes causa um decrescimento para a variável “x”.

O comportamento exponencial também pode ser obtido pela criação de dois ciclos de retroalimentação conjugados ³.

Podemos citar o problema de decaimento radioativo e a dinâmica populacional como exemplos de problemas que podem apresentar um comportamento exponencial e que estão relacionados aos currículos do ensino fundamental (2o. segmento) e ensino médio.

5.3. Comportamento Oscilatório

O movimento harmônico simples é um caso particular de movimento oscilatório. Ocorre quando os sistemas são deslocados de sua posição de equilíbrio por pequenos deslocamentos. Para grandes distâncias, os osciladores se tornam não-harmônicos fazendo com que as forças de restituição ou de retorno não sejam proporcionais aos deslocamentos.

O movimento harmônico simples é determinado pela seguinte equação diferencial [Kurtz dos Santos, 1995]:

$$\frac{d^2 X}{dt^2} + \frac{k}{m} X = 0$$

Esta equação tem como solução:

$X(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, onde A é a amplitude, ω é a frequência e φ a constante de fase.

No software JLinkIt, o comportamento oscilatório pode ser obtido por meio de ciclos de retroalimentação negativos conforme exibido na Figura 1, entre as variáveis “PRESA” e “PREDADOR”. Enquanto a primeira atua de forma positiva sobre a segunda, esta atua de forma negativa sobre a primeira, provocando um movimento de oscilação.

Podemos citar o movimento pendular e a interação entre populações dentro de um eco-sistema (predador-presa) como exemplos de problemas que têm comportamento oscilatório e que estão relacionados aos currículos do ensino fundamental (2º. segmento) e ensino médio.

6. Considerações finais

A modelagem computacional, dependendo da forma como é inserida na prática escolar, pode trazer contribuições ao processo de ensino-aprendizagem. Pode-se citar, por exemplo, as possibilidades de criação de novas relações e significados por parte dos

³ Não representado aqui por questões de espaço, mas descrito em detalhes em [Pedro, 2006].

alunos, a partir da externalização e exploração de fenômenos dinâmicos em diferentes áreas do currículo.

Apesar das aparentes vantagens, esse tipo de atividade ainda não faz parte da prática diária das escolas no Brasil. O grupo GINAPE (2007) aponta como principais fatores para tal situação, tanto a escassez de recursos computacionais nas escolas, quanto a falta de disponibilidade do professor em tomar conhecimento e ser treinado no uso de novas práticas pedagógicas.

A ferramenta JLinkIt foi construída a partir de uma análise do uso do software WLinkIt nas seguintes áreas de conhecimento: em Língua Portuguesa com a criação de textos na 7ª série [Pimentel, 2000], em Economia no estudo de inflação, desemprego e poluição na 1ª série do ensino médio [Moreira, 2001], em Ciências no estudo do MRUV, sistema massa-mola e predador-presa com alunos de graduação da área tecnológica [Camiletti, 2001] e em Matemática na construção e interpretação de gráficos lineares na 7ª série [Cardoso, 2004].

A amplitude de assuntos que podem ser abordados com o software se justifica pela flexibilidade da ferramenta em criar e simular modelos com comportamentos lineares, exponenciais ou oscilatórios (conforme descrito na seção 5). Tais categorias de problemas abrangem quase a totalidade dos fenômenos dinâmicos discutidos nas disciplinas de ciências e matemática do ensino fundamental e médio (alunos com idade entre 12 e 17 anos em média).

A análise da ferramenta WLinkIt em sala de aula apontou para dois fatores relevantes no uso da modelagem educacional para a ampliação dos conhecimentos dos alunos: a interação entre os participantes e o papel do professor. Este deve promover um constante questionamento e testes de hipóteses a fim de que os estudantes possam evoluir de seus conhecimentos prévios sobre o assunto (utilizados na construção dos modelos iniciais) para modelos mais elaborados e complexos.

A justificativa para o desenvolvimento do novo software JlinkIt a partir desta análise está principalmente na possibilidade do aluno criar e simular modelos na Web. Este novo cenário pode acarretar novas abordagens para o trabalho de modelagem e simulação, permitindo a constante troca e registro das idéias entre os participantes (alunos e professores), podendo trazer um maior entendimento do assunto estudado. Além disso, a disponibilização de modelos na Web facilita a divulgação deste tipo de atividade educacional para outros professores. Em paralelo ao desenvolvimento do software, a equipe responsável disponibiliza hoje na internet um portal com informações para o professor com exemplos de aplicação do JLinkIt em sala de aula (<http://www.nce.ufrj.br/ginape/jlinkit/index.htm>).

7. Referências

- Bliss, J., Mellar, H., & Ogborn, J. (1992). Tools for Exploratory Learning Programme - Technical Report 3: Semi-quantitative Reasoning - Exploratory (ESRC Information Technology In Education Initiative - End of Award Report). King's College London, Imperial College, Institute of Education - London.
- Camiletti, G. G. (2001) A Modelagem Computacional semi-quantitativa no estudo de tópicos de Ciências: Um estudo exploratório com estudantes universitários.

-
- Dissertação de Mestrado: Pós-Graduação em Física, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, ES.
- Cardoso, R.P. (2004). Um estudo Exploratório sobre a Utilização do Ambiente Computacional WLinkIt na Introdução de Gráficos Lineares com Alunos da 7a. Série do Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado: Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ/DCC/IM/NCE.
- CLEXCHANGE (2007) – The Creative Learning Exchange - www.clexchange.org
- Ford, A. (1999) Modeling the Environment: an Introduction to System Dynamics Models of Environmental Systems Covelo, CA: Island Press
- Forrester, J. W. (1968). Principles of Systems. Second Edition. Cambridge,MA: Productivity Press.
- _____. (1992) System Dynamics and Learner-Centered-Learning in Kindergarten through 12th Grade Education - Massachusetts Institute of Technology Cambridge, MA, USA - http://clexchange.org/ftp/documents/whyk12sd/Y_1993-01SD&LearnerCentered.pdf Acessado em: 01 de junho de 2006
- Kurtz dos Santos, A. C. (1995). Introdução a Modelagem Computacional na Educação. Rio Grande: Ed Furg - Brazil
- Moreira, G.S. (2001). A Utilização de um Ambiente de Modelagem Computacional no Ensino/Aprendizagem de Economia. Dissertação de Mestrado IM-NCE: Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ/DCC/IM/NCE.
- PCN (2007)- Parâmetros Curriculares Nacionais - <http://www.mec.gov.br/sef/sef/pcn.shtm> Acessado em: 01 de abril de 2007
- Pedro, M. V. (2006). JlinkIt: Desenho e Implementação de um Ambiente de Modelagem Computacional para o Ensino. Dissertação de Mestrado: Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ/DCC/IM/NCE.
- Pimentel, C. (2000). O Exercício do raciocínio sistêmico na prática escolar – um exemplo em Língua Portuguesa. Dissertação de Mestrado: Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ/DCC/IM/NCE.
- Richmond, B. et al.(1987). An Academic User's Guide to STELLA. High Performance System, Inc. Lyme.
- Rumelhart, D. E., & Mclelland, J. I. (1987). Parallel Distributed Processing - Explorations in the Microstructure of Cognition. Volume 1: Foundations (3rd. ed.). Cambridge, MA: MIT press.
- Teodoro, V. D. & Vieira, J. P. D. & Clérigo, F. C. (2000) Modellus 2.01: interactive modelling with mathematics. Monte Caparica: Faculdade de Ciência e Tecnologia - Universidade Nova de Lisboa.