
SOPHIANN: Aprendizado de Processos Através da Extração de Conhecimento via Redes Neurais

L. Zarate¹, M. Song¹, A. Alvarez¹, B. Soares¹, B. Nogueira¹, S. Dias¹, T. Santos¹

1

Departamento de Ciência da Computação
Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
Av. Dom José Gaspar 500 – Tel: (31) 3319-4407 – CEP 30.535-610
Belo Horizonte, MG – Brazil

{zarate,song}@pucminas.br

Resumo. *O estudo de processos do mundo real pode se tornar uma tarefa árdua. Objetos reais, especialmente aqueles relacionados à processos industriais, são difíceis de modelar e compreender. Este trabalho busca reduzir a distância entre modelar um processo industrial e compreendê-lo, baseando-se em Análise Formal de Conceitos para obter regras a partir de redes neurais previamente treinadas. Neste artigo uma ferramenta, Sophiann, é apresentada. A idéia principal é auxiliar usuários na aprendizagem de processos industriais complexos.*

Abstract. *Learning about real world process is not an easy task. Real objects, specially those related to industrial process, are difficult to model and understand. This work aims to reduce the gap between modelling an industrial process and understanding it. It is based on Formal Concept Analysis to obtain rules from neural networks previously trained. In this paper a tool, named Sophiann, is presented. The main idea is to help users learn about complex industrial processes.*

Keywords Aprendizado Baseado em Aprendizado de Máquina, Redes Neurais Artificiais, Análise Formal de Conceito, Extração de Conhecimento.

1. Introdução

Segundo os filósofos John Locke [Locke 1997] e Immanuel Kant [Kant 1997], a aquisição do conhecimento somente é possível quando são combinados três elementos: o objeto a ser conhecido e compreendido, a percepção que se tem desse através dos órgãos sensoriais e o processo de reflexão que recai sobre esse - levando em consideração o conhecimento que, *a priori*, se tem do mesmo.

Para um efetivo processo de aprendizagem, é necessário um efetivo processo de percepção que permita uma correta reflexão por parte do elemento humano envolvido na atividade de aprendizagem. Essa atividade, segundo Brunner [Brunner 1990], deve se preocupar com o contexto e as experiências do *aprendiz* para que o mesmo tenha vontade e seja capaz de aprender.

Por outro lado, os problemas do mundo real a serem conhecidos e entendidos muitas vezes não são de fácil abstração. Eles envolvem uma alta complexidade em seu

domínio o que torna árduo o processo de aprendizagem. Esse alto grau de complexidade é latente em processos dos mais diversos setores industriais, tais como: energético, siderúrgico, petroquímico, agrícola, dentre outros.

Dentro desse contexto, mecanismos que representem o problema de forma mais clara e didática são essenciais, pois ajudam a transpor as barreiras que se formam entre o objeto e o elemento observador - o ser humano responsável pelo processo de reflexão. Essas barreiras podem ser minimizadas por mecanismos e técnicas computacionais que facilitem a percepção humana. Técnicas de Inteligência Artificial, por exemplo, têm sido vastamente aplicadas a fim de modelar e reproduzir o comportamento dos fenômenos encontrados, especialmente nos processos dos mais diversos setores industriais.

Entre essas técnicas destacam-se as Redes Neurais Artificiais (RNA's) [Haykin 2001] que buscam obter um modelo computacional neural-matemático, para representar o comportamento desses processos. A representação neural dos processos é possível através da associação de pesos às variáveis que descrevem o domínio do problema. Produz-se, então, uma saída que corresponde ao comportamento do objeto (fenômeno em estudo) descrito pelos dados de entrada. Com isso, é possível às RNA's mapear regras a respeito do domínio do problema. Elas ainda são capazes de extrapolar o conhecimento adquirido, através de sua capacidade de generalização.

As RNA's são, essencialmente, “caixas pretas” [Towell and Shavlik 1993], uma vez que o conhecimento representado e armazenado em matrizes de pesos numéricos não é trivialmente compreendido pelo elemento humano. A abertura dessas “caixas pretas”, através de técnicas de extração de regras mapeadas pela rede neural, permite ao observador uma visualização simplificada do domínio do problema em estudo facilitando seu processo de percepção.

Existem diversas técnicas para extração de conhecimento a partir de RNA's, entre elas pode-se citar [Hilario 2000, Towell and Shavlik 1993, Craven 1996, Vimieiro and Zarate 2005]. Em [Vimieiro and Zarate 2005], por exemplo, foi proposto um novo método para extração de regras a partir de RNA's previamente treinadas utilizando a fundamentação da Análise Formal de Conceitos (AFC) [Ganter and Wille 1996, Ganter and Wille 1998]. Esse método será implementado pela ferramenta que é o objetivo desse trabalho. Todos os módulos necessários para extração das regras serão integrados e inteiramente acoplados.

As regras extraídas das redes neurais promovem o conhecimento do problema em seu contexto real, principalmente no que se refere à relação entre as variáveis de seu domínio. Essa extração de regras pode, portanto, ser utilizada no treinamento de elementos humanos menos experientes em relação a processos complexos, especialmente os industriais.

Com esse objetivo, pode-se introduzir um novo conceito em aprendizagem: o *Aprendizado Baseado em Conhecimento Adquirido Através de Aprendizado de Máquina* (Figura 1), onde se utiliza o conhecimento captado por máquinas no auxílio ao aprendizado humano.

A aplicação do método proposto em [Vimieiro and Zarate 2005] e do conceito da AFC já são possíveis através do uso de algumas ferramentas independentes como JavaRN, Sophia [Licap] e ToscanaJ [ToscanaJ] processadas em lotes, ainda que não integradas,

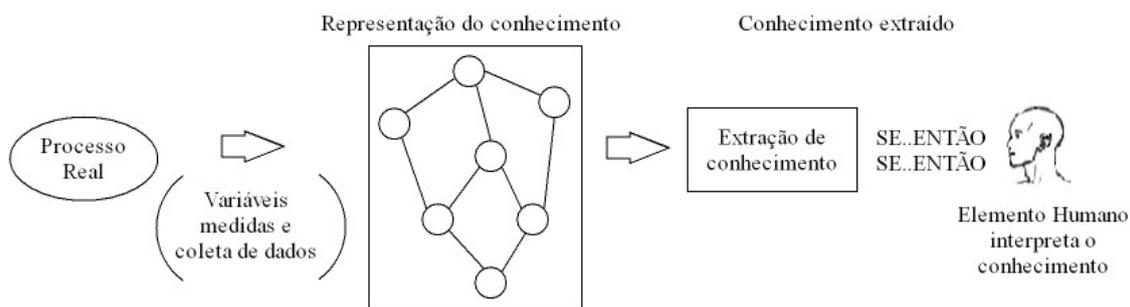


Figura 1. Representação do Aprendizado Baseado em Conhecimento Adquirido Através de Aprendizado de Máquina

mas que implementam as diferentes etapas do método proposto - desde o mapeamento computacional dos dados de um processo específico, até a extração das regras e visualização de forma compreensível ao usuário.

A idéia é buscar métodos de resolução de problemas que evitem abordagens que imponham uma carga pesada de entendimento desnecessário por parte do aprendiz [Sweller 1998]. No entanto, o fato de lidar com ferramentas distintas torna o processo pouco didático e ineficiente, exigindo um embasamento teórico complexo para uso das formalidades da AFC. A fim de suprir essas deficiências, faz-se necessária a construção de ferramentas capazes de integrar todas as etapas do processo, possibilitando a aproximação entre o problema e o observador. Através da visualização das regras extraídas, o elemento humano pode refletir sobre as mesmas construindo conhecimento acerca do processo real.

Nesse trabalho é proposto o desenvolvimento da ferramenta **Sophiann**, que integra todos os recursos utilizados na aplicação do novo conceito de aprendizado [Vimieiro and Zarate 2005] focado no treinamento de pessoas em processos industriais.

Na ferramenta, são extraídas regras a partir de redes neurais representativas ao domínio de um processo. As regras podem ser exibidas na forma "SE... ENTÃO..." ou através de um diagrama de linhas que represente a relação dos conceitos obtidos do processo conforme figura 2.

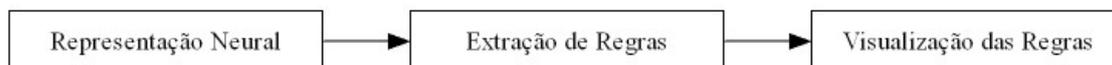


Figura 2. Etapas desenvolvidas pela Ferramenta Sophiann

A criação e as funcionalidades da ferramenta são descritas nas seções seguintes. Esse trabalho está dividido em cinco seções. Na Seção 2. é apresentado o processo de extração de regras, na Seção 3. são apresentados os módulos da ferramenta proposta, na Seção 4. é feito um estudo de caso e na Seção 5. as conclusões e algumas direções para pesquisas futuras são apresentadas.

2. O Processo de Extração de Regras

A extração de conhecimento acerca de diversos processos previamente mapeados por Redes Neurais Artificiais tem sido alvo de diversos estudos [Hilario 2000,

Towell and Shavlik 1993, Craven 1996, Vimieiro and Zarate 2005].

No desenvolvimento desse trabalho um novo método para extração de regras de RNA's baseado em técnicas de Análise Formal de Conceitos, proposto em [Vimieiro and Zarate 2005], foi implementado. O método apresenta os seguintes passos (Figura 3): recuperação da topologia da rede neural, geração de uma base de dados sintética, operação da base de dados sobre a RNA previamente treinada, discretização dos dados gerados e das saídas obtidas através da operação da rede neural, geração da tabela cruzada, obtenção do conceito formal, desenho do diagrama de linhas e por último a extração das regras.

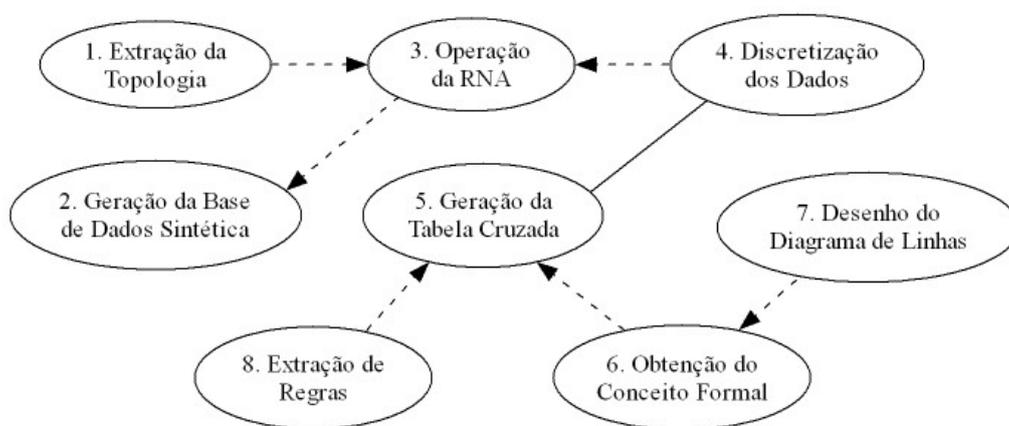


Figura 3. Representação do processo de extração de regras

2.1. Extração da Topologia

Em termos abstratos, uma RNA é constituída por unidades denominadas neurônios artificiais dispostos em camadas e conectados por entradas e saídas, atribuídos de pesos. O modo como os neurônios artificiais são interconectados determina a topologia de uma rede neural.

Sob a forma de dados, a topologia de uma rede neural pode ser descrita em uma matriz de pesos, onde linhas e colunas podem ser entradas ou neurônios e cada elemento dessa matriz é o peso que relaciona a entrada com o neurônio. O processo de extração da topologia de uma rede neural consiste, portanto, na determinação do número de entradas e do número de neurônios utilizados, com a conseqüente reconstrução das interconexões neuronais.

2.2. Geração da Base de Dados Sintética

A geração de uma base de dados sintética consiste em obter novos valores para o conjunto de variáveis do domínio de um problema, de maneira que os dados nela contidos respeitem os valores máximos e mínimos de cada variável envolvida no processo. Essa base de dados é utilizada para operar a rede neural procurando cobrir todos os domínios e contra-domínios possíveis do processo em análise.

2.3. Operação da Rede Neural

Operar uma RNA consiste em aplicar uma tupla de dados como entrada a cada neurônio da primeira camada da topologia, denominada camada escondida, obtendo um conjunto de saídas para essas entradas na última camada, denominada camada de saída.

Em cada conexão do neurônio com a próxima camada, o valor de entrada é multiplicado por um valor ponderador associado. Em cada neurônio da camada seguinte os valores resultantes das multiplicações efetuadas nas conexões que chegam aos mesmos são somados. A seguir, é realizada uma computação simples sobre esse valor, tipicamente através de uma função sigmóide. O processo então é repetido com os resultados sendo passados através de camadas subseqüentes de neurônios, até que a camada de saída seja atingida [Haykin 2001].

2.4. Discretização dos Dados

A aplicação de técnicas de Análise Formal de Conceitos tem como limitação o fato de não lidar com dados contínuos. Quando dados contínuos são encontrados, eles precisam passar por um processo de discretização de suas variáveis.

No processo de discretização, as variáveis de domínio dos dados sintéticos são divididas em intervalos de maneira que sejam quantificadas utilizando apenas números inteiros, criando uma função de mapeamento *muitos para um*. Nesse sentido, a escala dos valores é dividida em um número finito de intervalos, associando cada valor original de uma variável a um único novo valor discreto [Yang and Webb 2005]. Dessa forma, os atributos que originalmente continham valores contínuos são expandidos em N novos atributos, onde N corresponde ao número de intervalos discretos estabelecidos.

2.5. Geração da Tabela Cruzada

A discretização das variáveis de domínio dos objetos estabelece uma relação binária entre objetos e atributos, denominada incidência, onde um objeto possui ou não um determinado atributo. O *contexto formal* é caracterizado pelo conjunto dessas relações de incidência entre objetos e atributos.

Devido a essas características, os contextos formais são facilmente visualizados por meio de tabelas *atributos vs. objetos*, onde a incidência entre o objeto A e o atributo B é representada pela marcação da célula correspondente. Essa tabela é denominada na literatura como *tabela cruzada* [Ganter and Wille 1996].

2.6. Obtenção do Conceito Formal

A partir do *contexto formal* é possível determinar conceitos formais, que são relações na forma de um par ordenado (*Objeto, Atributo*). O conjunto dos objetos é denominado *extensão* e o dos atributos *intenção*. Cada elemento da extensão possui todos os elementos da intenção, sendo a recíproca verdadeira. Em qualquer *conceito formal*, todos os objetos de uma mesma *extensão* possuem todos os atributos pertencentes à respectiva *intenção*.

2.7. Desenho do Diagrama de Linhas

Na aplicação dos conceitos formais, os objetos são agrupados a partir da similaridade de seus atributos e podem ser ordenados levando em consideração uma hierarquia entre esses atributos. Quando todos os conceitos formais de um *contexto formal* são ordenados conforme a Teoria dos Reticulados [Ganter and Wille 1996, Ganter and Wille 1998, Gratzer 1998, Davey and Priestley 1990], o conjunto por eles representado recebe a denominação de *reticulado conceitual*, apresentando uma estrutura semelhante à herança de classes do paradigma de programação orientado a objetos.

A representação de um *reticulado conceitual* é feita por meio de um diagrama de linhas. Esse diagrama constitui um grafo, onde os vértices representam conceitos formais e as arestas explicitam relações hierárquicas entre esses conceitos.

A visualização das relações entre objetos e seus atributos constitui um importante aliado no processo de *Aprendizado Baseado em Conhecimento Adquirido Através de Aprendizado de Máquina*, uma vez que torna nítido ao observador as relações entre as variáveis do domínio de um processo.

2.8. Obtenção das Regras

A análise do *contexto formal* obtido para um conjunto de dados permite estabelecer regras do tipo “SE ... ENTÃO...”, que formalizem as saídas observadas nas mais diversas configurações de um problema.

Para treinamento do elemento humano em diversos processos, a obtenção de regras é peça fundamental para o alcance do objetivo, uma vez que podem desvendar todas as relações que cercam um determinado processo.

Como é possível observar, o procedimento de extração de regras possui etapas que apresentam uma grande dificuldade de execução, exigindo do usuário grande conhecimento acerca de diversos conceitos quando de sua execução em separado.

Ao utilizar a ferramenta proposta, no entanto, a execução desse procedimento se torna automática e transparente. Isso permite ao observador se concentrar em outras etapas do aprendizado, tais como a definição do problema e a análise das regras e dos diagramas obtidos ao final da extração. Detalhes da implementação desse processo na ferramenta Sophiann são descritos na próxima seção.

3. A Ferramenta Sophiann

Sophiann é uma ferramenta *open source* composta por módulos encarregados das diferentes etapas do processo de obtenção de regras descritos na seção anterior desse artigo. Implementada seguindo o paradigma de orientação a objetos, a ferramenta apresenta uma facilidade de inserção de novos algoritmos e funcionalidades, ou mesmo a adaptação de alguns já existentes, sem a necessidade de alteração da estrutura interna do sistema.

Os módulos presentes na ferramenta são: obtenção de dados, discretização dos dados, obtenção dos contextos e conceitos formais, representação gráfica e obtenção de regras. A Figura 4 mostra sinteticamente um esquema desses módulos.

3.1. Módulo de Obtenção de Dados

Recebe do usuário os parâmetros referentes à Rede Neural previamente treinada que representa o processo em estudo, tais como sua matriz de pesos, sua estrutura e as variáveis utilizadas no seu treinamento com seus respectivos valores máximos e mínimos.

Ao receber esses parâmetros a base de dados sintética é gerada. Utilizando informações da topologia da rede e de sua matriz de pesos, o sistema reconstitui a RNA e efetua a operação dos dados gerados sinteticamente, obtendo um conjunto de saídas mapeadas à esses dados. Tais saídas são, então, estatisticamente validadas antes de dar prosseguimento ao fluxo de operações sobre os dados no Módulo de Discretização.

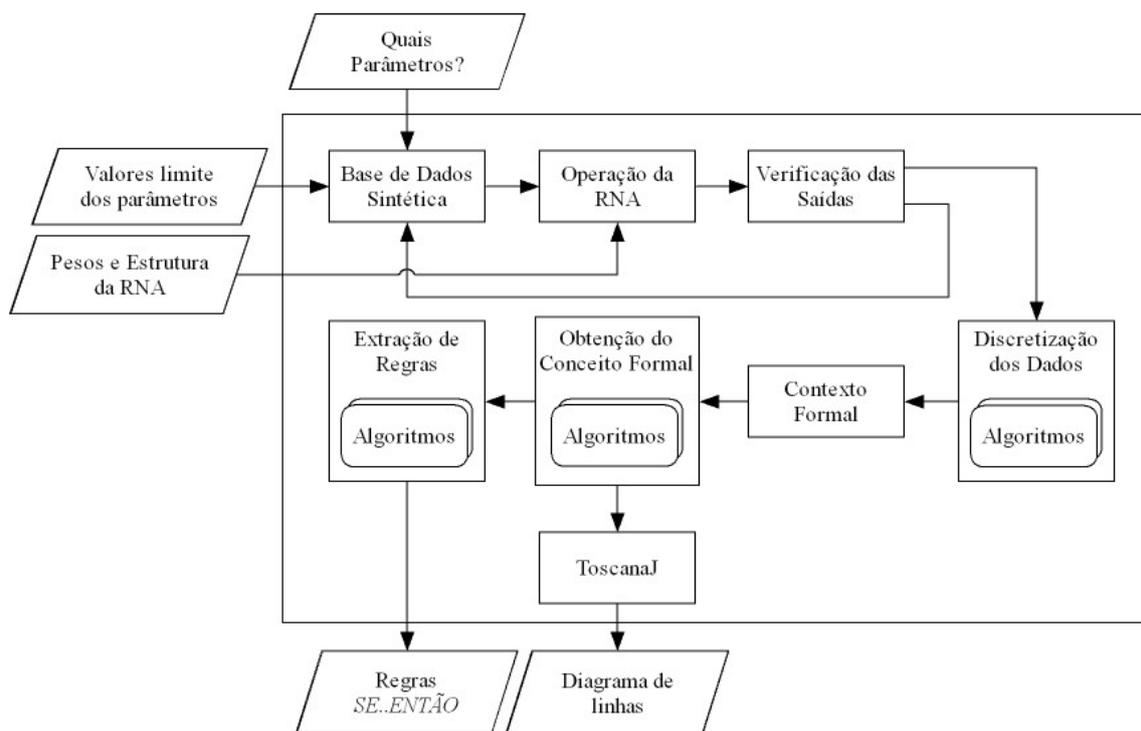


Figura 4. Módulos presentes na ferramenta

3.2. Módulo de Discretização

Nesse módulo da ferramenta os dados passam por um processo de discretização nos valores de suas variáveis.

Atualmente existem vários estudos acerca de algoritmos eficientes [Yang and Webb 2005] para a descoberta de pontos de corte ótimos na determinação de intervalos discretos para dados contínuos. Assim, na implementação de Sophiann, possibilitou-se ao usuário acoplar novos algoritmos para a discretização dos dados e selecione, durante a configuração do processo, qual algoritmo deseja utilizar. No algoritmo padrão desse trabalho, a discretização é baseada na fórmula de Stugart [Morettin 2000].

3.3. Módulo Contexto Formal

Após a operação da RNA e da discretização dos dados, a ferramenta determina as relações de incidência dos mesmos, construindo o contexto formal e disponibilizando-o para os módulos nos quais se aplica a Análise Formal de Conceitos.

3.4. Módulo Conceito Formal

Para obtenção do conceito formal, a exemplo do que ocorre para a discretização dos dados, existem inúmeras pesquisas em busca de algoritmos eficazes e eficientes. A ferramenta proposta possibilita ao usuário selecionar o algoritmo a ser utilizado para a obtenção do conceito formal, bem como adicionar novos algoritmos de maneira simples. Como padrão, um algoritmo plenamente utilizado para a obtenção de conceito formal [Ganter and Wille 1996, Ganter and Wille 1998] já está acoplado a esse módulo.

3.5. Módulo de Representação Gráfica

Responsável pela exibição do reticulado conceitual, sob a forma de diagrama de linhas, a partir do conceito formal.

Para que tal funcionalidade pudesse ser adicionada ao sistema, utilizou-se como base o programa ToscanaJ, software *open source* [ToscanaJ], que gera o diagrama de linhas para conceitos formais, acoplado no Módulo de Representação Gráfica da ferramenta seus métodos referentes à geração de diagramas.

3.6. Módulo de Extração Regras

Finalmente, utilizam-se algoritmos acoplados pelo usuário e selecionados durante a configuração do processo para analisar o contexto formal e/ou o conceito formal e, a partir disso, obter as regras relativas ao processo na forma “SE... ENTÃO...”, exibindo-as ao usuário. Como padrão, Sophiann possui implementado o algoritmo Next Closure [Vimieiro and Zarate 2005] para a extração de regras.

4. Estudo de Caso

Como aplicação do conceito *Aprendizado Baseado em Conhecimento Adquirido Através de Aprendizado de Máquina* foi escolhido, como processo real, um sistema de energia solar, denominado termossifão, que contém o subsistema coletor solar [Zárate et al. 2004a, Zárate et al. 2004b]. Os sistemas de energia solar, têm importância considerável na substituição do sistema de energia elétrica, especialmente para aquecimento de água.

Primeiramente, o subsistema coletor solar foi modelado por uma RNA considerando a temperatura de entrada da água (T_{en}), a radiação solar (G) e a temperatura ambiente (T_{amb}) como entradas da rede e a temperatura de saída da água (T_s) como saída da mesma. Para o processo de treinamento 631 dados foram coletados. Desses, 30 foram separados para o processo de validação obtendo-se uma satisfatória representatividade do processo através da RNA [Zárate et al. 2003].

A seguir, por questão de espaço, serão descritas apenas algumas das etapas envolvidas na extração de conhecimento para esse processo - etapas essas, que estão sendo implementadas no software Sophiann.

Inicialmente, uma base de dados sintética foi gerada respeitando os parâmetros mínimos e máximos dos atributos dos dados originais coletados experimentalmente. Utilizou-se, então, a RNA anteriormente treinada em conjunto com essa base de dados, gerando saídas que foram validadas estatisticamente. Na Tabela 1(a) são apresentados alguns dados obtidos após a execução do módulo de obtenção de dados para a operação da rede (Seção 3.1).

Como mencionado na Seção 3.2, para a geração do contexto formal da AFC é necessário que os dados tenham exclusivamente valores discretos, gerando atributos binários através da relação de incidência entre objeto e atributo. O resultado da discretização dos dados para o problema do termossifão é mostrado na Tabela 1(b).

Com os dados discretizados foi possível obter o contexto formal, representado por uma tabela cruzada. A Tabela 1(c) mostra parte da tabela cruzada reduzida a qual deve ser expandida transformando cada coluna em outras quatro ($N = 4$) para obter a tabela cruzada propriamente dita.

Tabela 1. (a) Resultado da operação da RNA (b) Dados discretizados (c) Tabela cruzada criada pela conversão da Tabela 1(a) com a Tabela 1(b)

Índice	T_{amb} (°C)	T_{en} (°C)	G	T_s (°C)
01	24	20.8	769	27.2008
02	24.3	21	811.8	27.8893
03	25	23.7	770.1	29.3379
04	24.5	22.6	871.8	29.7317
05	24.1	23.2	908.6	30.4942
06	24	23	925	30.5380
07	23.4	22.8	960.3	30.6448
08	24.6	23.7	884.8	30.7345
09	24.8	23	939.6	31.0864
10	24.8	25.7	899.5	32.5756
11	23	27.6	907.6	33.4200

Atributos	Intervalos
T_{amb} 1	[23, 24>
T_{amb} 2	[24, 25>
T_{amb} 3	[25, 26>
T_{amb} 4	[26, 27]
T_{en} 1	[20, 25>
T_{en} 2	[25, 30>
T_{en} 3	[30, 35>
T_{en} 4	[35, 40]
G 1	[769, 839>
G 2	[839, 909>
G 3	[909, 979>
G 4	[979, 1049]
T_s 1	[27, 31>
T_s 2	[31, 35>
T_s 3	[35, 39>
T_s 4	[39, 60]

Índice	T_{amb}	T_{en}	G	T_s
01	2	1	1	1
02	2	1	1	1
03	3	1	1	1
04	2	1	2	1
05	2	1	2	1
06	2	1	3	1
07	1	1	3	1
08	2	1	2	1
09	2	1	3	2
10	2	2	2	2
11	1	2	2	2
12	2	2	2	2
13	1	3	3	3
14	2	3	2	3
15	2	3	2	3
16	1	3	3	3
17	3	3	4	4
18	3	3	4	4
19	4	4	4	4
20	4	4	4	4

Em seguida, o algoritmo proposto por Ganter [Ganter and Wille 1996] foi aplicado ao contexto formal para obtenção do conceito formal. Nesse estudo de caso foram obtidos 35 conceitos formais. Após a determinação desses conceitos, a representação visual foi gerada, conforme mostrado na Figura 5.

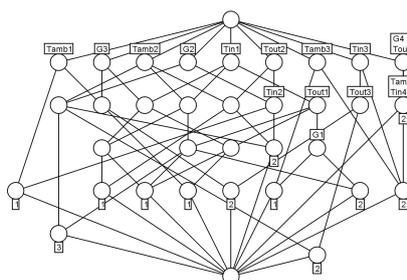


Figura 5. Diagrama de Linhas construído a partir dos conceitos formais

Finalmente, com o uso do algoritmo Next Closure, foram extraídas as regras que descrevem o domínio do problema. Dentre elas podem ser mencionadas:

- SE a temperatura ambiente estiver entre $[25, 26]^\circ C$ ou a temperatura de entrada da água entre $[35, 40]^\circ C$ ENTÃO a radiação está na faixa de $[949, 1049] w/m^2$ e a temperatura de saída da água entre $[39, 60]^\circ C$;
- SE a radiação estiver na faixa de $[769, 839] w/m^2$ ENTÃO a temperatura de saída da água está entre $[27, 31]^\circ C$ para uma temperatura de entrada da água entre $[20, 25]^\circ C$.

A ferramenta Sophiann integra todas as etapas descritas anteriormente. Sua atuação no processo pode ser visualizada na figura 6. É importante observar que todas as etapas descritas anteriormente são transparentes para o elemento humano. A interação do mesmo com a ferramenta acontece apenas na definição do problema e na interpretação final dos resultados.

5. Conclusões

Nesse trabalho foi proposto um modelo de *Aprendizado Baseado em Conhecimento Adquirido Através de Aprendizado de Máquina* e apresentada uma ferramenta, **Sophiann**,

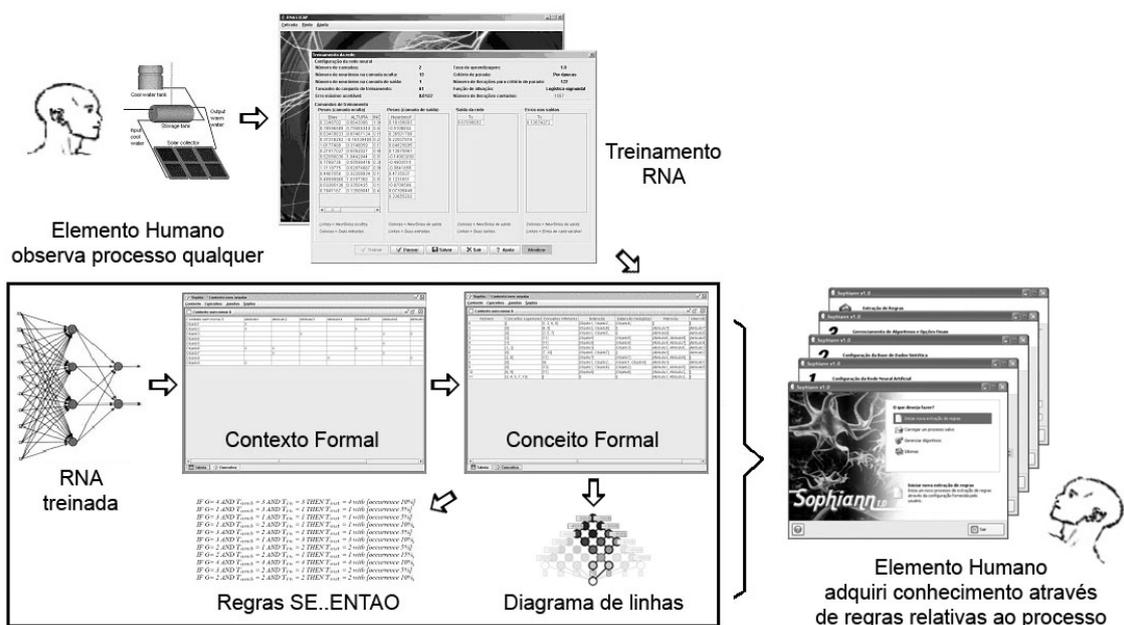


Figura 6. Etapas de atuação do SOPHIANN no processo Aprendizado Baseado em Conhecimento Adquirido Através de Aprendizado de Máquina

que permite a extração de conhecimento a partir de Redes Neurais Artificiais previamente treinadas. Essa ferramenta implementa uma metodologia baseada na Análise Formal de Conceitos, proposta em [Vimieiro and Zarate 2005], que permite a obtenção do conhecimento através das relações estabelecidas entre os diversos parâmetros do processo.

Foi observado que o método de extração utilizado na ferramenta envolve diversas etapas consideradas complexas e de difícil entendimento para o elemento humano envolvido na atividade de compreensão de um fenômeno ou processo real. Entretanto, Sophiann abstrai, de forma satisfatória, toda a complexidade envolvida na metodologia, reduzindo consideravelmente a carga cognitiva exercida sobre o observador e facilitando a compreensão do problema.

Embora a ferramenta seja capaz de extrair as regras relacionadas ao processo modelado pela rede neural, algumas delas continuam sendo incompreensíveis ao usuário devido ao grande número de variáveis e relacionamentos envolvidos. Outras, por sua vez, tornam-se desprezíveis por serem demasiadamente óbvias e por não acrescentarem resultados ao processo de aprendizagem. Fazem-se necessários, então, trabalhos futuros que abordem estudos mais aprofundados sobre seleção e filtragem das regras compreensíveis e realmente relevantes ao processo em estudo.

6. Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer o financiamento do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico CNPq - Brasil. Projeto CT - INFO/MCT/CNPq n 031/2004.

Referências

- Brunner, J. (1990). *Acts of Mining*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Craven, M. (1996). *Extracting Comprehensible Models from Trained Neural Networks*. PhD thesis, DCS, University of Wisconsin-Madison. <http://www.cs.wisc.edu/shavlik/abstracts/craven.thesis.abstract.html>.
- Davey, B. and Priestley, H. (1990). *Introduction to lattices and order*. Cambridge University Press, Cambridge, England.
- Ganter, B. and Wille, R. (1996). *Formal concept analysis: Mathematical foundations*. Springer Verlag.
- Ganter, B. and Wille, R. (1998). *Applied lattice theory: Formal concept analysis*. In: *General lattice theory. 2 edn*. Birkhäuser Verlag.
- Gratzer, G. (1998). *General lattice theory*.
- Haykin, S. S. (2001). *Redes neurais: princ pios e pr tica*. Porto Alegre: Bookman.
- Hilario, M. (2000). An overview of strategies for neurosymbolic integration. In *Wermter, S., Sun, R., eds.: Hybrid Neural Systems*, Springer-Verlag.
- Kant, I. (1997). *Critica da Razão Pura - Os Pensadores*. Editora Nova Cultura Ltda.
- Licap. www.inf.pucmg.br/projetos/licap/.
- Locke, J. (1997). *Ensaio Acerca do Entendimento Humano - Os Pensadores (1666)*. Editora Nova Cultura Ltda.
- Morettin, L. G. (2000). *Estatística Básica - Inferência. Volume 2*. Makron Books.
- Sweller, J. (1998). *Teoria da Carga Cognitiva*.
- ToscanaJ. <http://toscanaj.sourceforge.net/>.
- Towell, G. G. and Shavlik, J. W. (1993). The extraction of refined rules from knowledge-based neural networks. In *In: Machine Learning Research Group Working*, pages 71–101.
- Vimieiro, R. and Zarate, L. E. (2005). Using the nextclosure algorithm to extract rules from trained neural networks - application in solar energy systems. In *In: 2005 IEEE Mid-Summer Workshop on Soft Computing in Industrial Applications SMCia 2005*. IEEE System, Man and Ciyernetics Society (Support).
- Yang, Y. and Webb, G. I. (2005). Discretization for data mining. In *The Encyclopedia of Data Warehousing and Mining*. Montclair University.
- Zárate, L., Pereira, E. M., and Silva, J. P. (2003). Representation of a solar collector via artificial neural networks. In *International Conference On Artificial Intelligence And Applications, Benalm dena, Spain, 8-11 Sept. 2003*, pages 517–522. ACTA Press.
- Zárate, L., Pereira, E. M., and Silva, J. P. (2004a). Neural representation of a solar collector with optimization of training sets. In *Lecture Notes in Artificial*. Springer-Verlag.
- Zárate, L., Pereira, E. M., and Silva, J. P. (2004b). Optimization of neural network’s training sets via clustering: application in solar collector representation. In *Proceedings of 6th International Conference on Enterprise Information Systems, Porto, Portugal*, volume 2, pages 147–152. INSTICC Press.