Experimentos Computacionais com Grupamentos Lógico-Matemáticos de Jean Piaget

Claudia Brandelero Rizzi[1,2], Sílvia Jenny Donaduzzi[1], Rafael Welter[1],Antônio Carlos da Rocha Costa[3,2], Sérgio Roberto Kieling Franco[4,2]

[1]Colegiado de Informática – Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE)
Rua Universitária, 2069 – 85819-110 – Cascavel – PR – Brasil

[2]Pós Graduação em Informática na Educação - Universidade Federal do Rio Grande do Sul (PGIE/UFRGS)

[3]Escola de Informática– Universidade Católica de Pelotas (UcPel)

[4]Faculdade de Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

{cbrizzi, sdonaduzzi, rwelter}@unioeste.br,rocha@atlas.ucpel.tche.br,
franco@edu.ufrgs.br

Resumo. *Este artigo, parte integrante de uma pesquisa de doutorado, apresenta um trabalho que visa a estudar tanto a explicação dada por Jean Piaget e seus colaboradores para a atividade humana em uma situação que requeira capacidade de classificar e relacionar, quanto um mapeamento da mesma para agentes computacionais. É parte integrante deste trabalho estudar processos computacionais que possam representar o mecanismo operatório dos grupamentos, estrutura cognitiva característica do período operatório concreto, etapa que engloba aproximadamente a idade de 7 a 11/12 anos nos seres humanos na qual a capacidade de classificar e relacionar se consolida. Descreve-se um experimento, semelhante a uma prova piagetiana, onde a capacidade de classificação (os quatro primeiros grupamentos) foi modelada, implementada e testada.*

Palavras-chave: Agentes Computacionais, Grupamentos Lógico-Matemáticos, Lógica Operatória Intraproposicional.

Abstract. *This paper, it leaves of a doctorate research, presents a work whose objective is to study the explanation given by Jean Piaget and its collaborators for the human activity in a situation that requests capacity to classify and to relate, as well as to model them for computational agents. It is part of this work to study computational processes that can represent the operative mechanism of the groupments, the structures cognitive characteristic of the concrete operating period, stage that includes the age approximately of 7 to 11/12 years in the human in which the capacity to classify and relate it is consolidated. An experiment is described, similar to a prove of Piaget, where the classification capacity (the first of four groupments) was modeled, implemented and tested.*

Key words: Computational Agents, Logic-Mathematics Groupments, Intrapropositional Operating Logic.

1. Introdução

O objetivo deste trabalho é apresentar alguns experimentos realizados a partir de um protótipo computacional modelado e implementado tendo como base as definições propostas por Jean Piaget sobre os grupamentos lógico-matemáticos [Piaget 1942], [Piaget 1976]. Estes grupamentos consistem, em síntese, no mecanismo cognitivo operatório que um indivíduo com desenvolvimento normal de aproximadamente 11 ou 12 anos de idade emprega frente a situações que requeiram capacidade para lidar com classes e relações.

Este trabalho está inserido no contexto de uma pesquisa de doutorado [Rizzi, 2001], [Rizzi, 2002], [Rizzi, 2003] cujo objetivo final é modelar, implementar e analisar a cooperação na ação lógico-matemática entre agentes computacionais construídos a partir de uma interpretação da concepção de Jean Piaget sobre a cooperação humana neste tipo de ação. A cooperação entre os agentes é analisada em um momento sincrônico, situação em que suas estruturas operatórias não sofrem alterações, independentemente das interações realizadas por eles. É dupla a motivação do trabalho de doutorado: a primeira diz respeito a tentativa de compreender melhor a cooperação na ação lógico-matemática entre seres humanos concebida por Jean Piaget; a segunda diz respeito a tentativa de contribuir para a pesquisa na área de cooperação entre agentes computacionais.

Assim, uma das etapas para levar a cabo a tese de doutorado consiste em bem compreender os grupamentos e efetuar com eles experimentos que possam contribuir tanto para 1) consolidar o conhecimento teórico a este respeito desta temática, visto que seu funcionamento básico é extensivo a operações efetuadas em comum, ou seja, a cooperação, quanto para 2) modelar, implementar e analisar processos computacionais através de prototipação. A prototipação é uma abordagem no contexto da engenharia de software em que a medida em que os requisitos são coletados eles passam a compor o software protótipo, que por sua vez, durante as etapas de análise e validação, contribui para que novos requisitos sejam elicitados e avaliados (Sommerville, 1997). Neste caso, o protótipo assume a forma de um software que normalmente executa parte da função desejada e que certamente apresenta características que devem ser melhoradas em um novo esforço de desenvolvimento (Pressman 1995). Este trabalho apresenta então, o primeiro protótipo que contempla os quatro primeiros grupamentos (aditivo de classes, das vicariâncias, multiplicação co-unívoca de classes e multiplicação bi-unívoca de classes) em uma situação de classificação, semelhante a uma prova piagetiana.

Optou-se por apresentar este trabalho enfocando inicialmente a fundamentação teórica que lhe dá sustentação. Sendo assim, a próxima seção é dedicada a apresentar os grupamentos lógico-matemáticos, enfatizando os quatro primeiros. A seção três trata do conceito de classe e seus requisitos. As duas últimas seções são dedicadas a descrever os experimentos, a efetuar análises sobre o protótipo, sobre novos requisitos que devem ser contemplados nas próximas versões e sobre trabalhos futuros.

2. Os Grupamentos

No final do período operatório concreto (11/12 anos), a estrutura cognitiva do indivíduo já totalmente desenvolvida, é denominada “grupamento”. Ela contempla pelo menos os grupamentos lógico-matemáticos (operações de classes e relações), os infralógicos (operações constitutivas das noções de tempo, espaço e aquelas que lidam com noções de *continuum*) e os referentes aos valores (aquelas ações/operações que exprimem as relações de meios e fins fundamentais para a inteligência prática, e que contemplam também aspectos afetivos). Nesta fase, uma operação realizada pelo indivíduo constitui um grupamento específico, que segue as características operatórias dos grupamentos, e pode ser visto como uma estrutura total, e como tal, apresenta as características de totalidade, transformações e auto-regulação. A reversibilidade das operações se dá por inversão ou por reciprocidade, exclusivamente. Como o experimento apresentado neste trabalho envolve apenas os grupamentos lógico-matemáticos, a eles é dada maior ênfase.

2.1. Grupamentos Lógico-Matemáticos

Na teoria piagetiana, pode-se dizer que primeiro há a ação/operação, depois a construção cognitiva. Em outros termos, mas tomando o exemplo das classes no contexto das noções lógico-matemáticas, pode-se dizer que uma “’*classe’ supõe ‘classificação’, e o fato primeiro é constituído por esta última, porque as operações de classificação que engendram as classes particulares*” [Piaget 1977 pg. 44]; antes de o ser uma classe como tal, ela é uma coleção intuitiva (e o mesmo se verifica em outras situações, independentemente se envolvam noções infralógicas ou de valores).

Por exemplo, de posse de um ramalhete de flores, contendo rosas, margaridas e cravos, o indivíduo com o grupamento lógico-matemático já amadurecido, é capaz de identificar as características de cada uma dessas flores o que lhe capacita a dizer que um cravo pertence à *classe* dos cravos. Pode dizer, a partir da relação entre as rosas, que existem rosas mais e menos abertas, perfumadas; que o ramalhete comporta mais flores do que margaridas visto que apenas algumas flores são margaridas. Enfim, pode efetuar inserções, substituições, separações, comparações, etc.

Além disso, pode concluir que se existem mais rosas do que cravos, obviamente, existem menos cravos do que rosas (reciprocidade); que se foram incluídas 2 rosas e em seguida retiradas 2 rosas, continua a existir a mesma quantidade original de rosas (anulação); que se a soma das margaridas com os cravos resulta em um total de 10 flores, e em seguida deste total são retiradas todas as margaridas serão obtidos todos os cravos (inversão). Enfim, se forem realizadas várias operações e em seguida uma a uma forem desfeitas, se volta ao estado inicial (identidade).

Do mesmo modo, em se tratando das interações *sujeito-sujeito*, pode-se dizer que quando alguém diz que "ajuda outro alguém" significa que ela não ajuda todo mundo, ou seja, antes há um processo de *classificação;* do conjunto da classe "todo mundo" ela distinguiu a classe "alguém". Implicitamente nesta frase, há admissão de que se "ajuda mais a esse alguém" do que a outras pessoas, portanto, há um processo de *seriação* [Becker, 1999].

Esses exemplos ilustram a natureza operatória da estrutura cognitiva e em particular, quando emprega o grupamento lógico-matemático. A construção desse grupamento vai aos poucos sendo organizada em sistemas que dão conta de domínios específicos, mas que operam de maneira similar e visam a manter o equilíbrio da estrutura como tal, além de ampliá-la e enriquecê-la, conservando-a.

Assim vistas as operações, elas tanto são resultados da estrutura dos grupamentos operatórios, como sua composição também gera uma estrutura com as características dos grupamentos. Neste sentido Piaget conceitua um grupamento como "*um sistema de operações tal que o produto de duas operações do sistema seja ainda uma operação do sistema; tal que cada operação comporta um inverso; tal que o produto de uma operação direta e seu inverso eqüivale a uma operação nula ou idêntica; tal que as operações elementares estejam associadas e tal que, enfim, uma operação composta com ela mesma não seja modificada por esta composição*" [Piaget 1973 pg. 97].

Piaget e seus colaboradores buscaram na matemática as bases teóricas para a formalização direta dos grupamentos que viabilizam a realização deste tipo de operação. No entanto, isso não foi possível devido a certas particularidades (apontadas a seguir). As duas estruturas matemáticas que mais se aproximaram foram a do "grupo" e a do "reticulado".

O "grupo" é a estrutura matemática mais fundamental; um exemplo de grupo é o sistema dos números inteiros (Z). Uma operação efetuada com tais números possui as seguintes características: 1) uma operação efetuada com elementos de Z resulta um elemento também de Z; 2) o operação é associativa; 3) há em Z um elemento neutro que operado com qualquer outro elemento resulta neste próprio elemento; 4) a todo elemento de Z corresponde o seu inverso; a operação do elemento com seu inverso resulta no elemento neutro; 5) a operação é comutativa [Piaget 1976]. O "reticulado" é um conjunto parcialmente ordenado por uma relação tal que para todo par de elementos desta rede se pode definir o *supremum* (menor majorante comum) e o *infimum* (maior minorante comum). O reticulado é uma estrutura de encaixes [Piaget 1976].

Por exemplo, no caso da classificação dos animais (reino, ramo, classe, ordem, família, gênero, espécie) ambas as estruturas grupo e reticulado são insuficientes. Se aplicar o grupo, ele faz com que se perca o conteúdo qualitativo (se limita a operar elementos genéricos). Se aplicar o reticulado, nota-se que o *infimum* nem sempre está definido, que diversos encaixes têm o mesmo *supremum* e o mesmo *infimum* quando existe, e não permite reversibilidade total.

Por estas limitações, Piaget teve então que definir uma estrutura específica para tal, e a denominou grupamento. Um grupamento é então uma estrutura intermediária entre o grupo e o reticulado (que até hoje nunca foi completamente formalizado sem penalizar a idéia original de Piaget).

No que tange aos aspectos matemáticos, a estrutura utilizada para realizar as operações é a de grupos; no que tange a aspectos lógicos, é a de grupamentos. Então o mais correto é dizer que a estrutura operatória do indivíduo já amadurecida é composta pelos grupamentos e pelos grupos. São cinco as normas operatórias, sendo que apenas as quatro primeiras referem-se aos aspectos matemáticos e todas as cinco referem-se à lógica [Piaget 1977], [Chiarottino 1972]:

1. *A Operação Direta ou Composição* : dois elementos de um grupamento podem ser compostos entre si dando origem a um novo elemento do mesmo grupamento: duas classes diferentes podem ser reunidas numa classe de conjunto que as contenha; duas relações $A<B$ e $B<C$ podem ser juntadas numa relação $A<C$ que as contenha. Têm-se $x + x' = y; y + y' = z$; etc. Esta primeira condição, do ponto de vista psicológico, exprime a coordenação possível das operações e a possibilidade de construir;

2. *A Operação Inversa ou Reversibilidade* : toda transformação é reversível, ou seja, duas operações reunidas podem ser dissociadas. No contexto das operações matemáticas, cada operação direta de um grupo

comporta uma operação inversa (subtração por adição, divisão por multiplicação, etc.). Tem-se $y - x = x'$ *ou* $y - x' = x$. Esta segunda condição constitui o caráter específico do conhecimento, que pode elaborar hipóteses e refutá-las voltando ao ponto de partida;

3. *A Associatividade* : a composição das operações é associativa (em alguns grupamentos ela tem características específicas). De modo geral, tem-se $(x + x') + y' = x + (x' + y') = z$. Esta condição mostra que o pensamento é livre para fazer voltas e que um resultado pode ser obtido por caminhos diferentes;

4. *A Operação Idêntica Geral* : uma operação combinada com sua inversa é anulada. Tem-se $x - x = 0$. Esta quarta condição mostra que o retorno ao ponto de partida conserva a situação original;

5. *A Tautologia ou Idênticas Especiais* : algebricamente, uma unidade acrescentada a ela mesma resulta em um novo número (há interação). Ao contrário, um elemento qualitativo repetido não se transforma (há tautologia). Tem-se $x + x = x$. Esta quinta condição mostra que quando as operações são de natureza qualitativa, elas permanecem como são; por exemplo acrescentar ovos à ovos continua-se tendo ovos.

O grupamento lógico-matemático é constituído pelas interações que envolvem elementos individuais considerados como invariantes, e limitam-se a enumerá-los, seriá-los, classificá-los, etc. É composto por 8 grupamentos divididos entre aqueles de classes e aqueles de relações. A tabela 1 os sintetiza e o texto a seguir elaborado a partir de [Piaget 1976], [Wazlawick 1991] e [Rizzi 2002] explica os quatro grupamentos das classes visto que foram utilizados no experimento.

Tabela 1 - Tipos de Grupamento das Classes e das Relações [Piaget, 1976 pg. 100]

		Grupamentos das Classes	**Grupamento das Relações**
Aditivos	**Primários**	1. Adição das Classes	5. Adição das Relações Assimétricas
	Secundários	2. Vicariâncias	6. Adição das Relações Simétricas
Multipli-cativos	**Secundários**	3. Multiplicação Co-Unívoca de Classes	7. Multiplicação Co-Unívoca das Relações
	Primários	4. Multiplicação Biunívoca das Classes	8. Multiplicação Biunívoca das Relações

2.1.1 Grupamento Aditivo de Classes

Este é o grupamento dos encaixes simples ou inclusões; trata das operações de adição e subtração das classes primárias e secundárias; considera apenas uma divisão dicotômica em classe não elementar. Apresenta as seguintes operações: operação direta, operação inversa, associatividade, operação idêntica geral, operação idêntica especial (tautologia e reabsorção). Se as classes elementares contiverem exatamente um elemento, as composições desse grupamento constituirão enumeração de elementos.

Um exemplo desse tipo de grupamento é a classificação das espécies animais: os indivíduos estão reunidos em espécies, as espécies em gêneros, os gêneros em ordens e assim sucessivamente. Note-se que as classes chamadas *primárias* estão incluídas nas seguintes, e a elas correspondem classes *secundárias* que lhes são complementares.

2.1.2 Grupamento das Vicariâncias

O grupamento das vicariâncias[1] é o grupamento que lida com a decomposição das classes secundárias, ou seja, considera as múltiplas dicotomias que podem existir em cada classe. Envolve problemas de composição, de encaixes recíprocos de classes complementares. Apresenta as seguintes operações: operação direta, operação inversa, associatividade específica, operação idêntica geral, operação idêntica especial (tautologia e reabsorção).

Um exemplo deste grupamento é o seguinte: considerando a classe dos "estrangeiros a França" e a classe dos "estrangeiros à China". A adição destas duas classes dá "todas as pessoas da terra" uma vez que na primeira estão inclusos os chineses e na segunda os franceses. Portanto, as duas classes complementares se interpenetram. Convém considerar a classe "todas as pessoas da terra" como uma classe B, dividida entre A_1 = os franceses, A_1'= os estrangeiros à França, A_2 = os chineses, A_2'= os estrangeiros à China. Pode-se dizer que: $(A_1 + A_1') = (A_2 + A_2') = B$, $A_1' + A_2' = B$ *e* A_1 Í A_2' *e* A_2 Í A_1'. A vicariância não está limitada às

[1] Vicariância significa equivalência entre divisões.

classes secundárias de nível *A'*: além dos franceses e estrangeiros à França, dos chineses e dos estrangeiros à China, existem os turcos e os estrangeiros à Turquia, etc.

2.1.3 Grupamento Multiplicação Co-Unívoca de Classes

O grupamento multiplicação co-unívoca de classes refere-se à operação de "multiplicação" de classes: é a interseção. Significa que, dadas duas classes *A* e *B*, a multiplicação determina a maior das classes que está inclusa simultaneamente em *A* e em *B*, ou seja, a parte comum de *A* e de *B*. Consistem em multiplicar a seqüência das classes primárias (*A*, *B*, *C*) por todas as formas de classes elementares que estão encaixadas. É por isso que se refere a uma correspondência do todo com suas partes no sentido de "um para muitos". É este tipo de grupamento que determina uma classificação completa, e resolve problemas tais como árvores genealógicas e a classificação dos animais. Apresenta a composição, a reversibilidade, a associatividade, a operação idêntica e a tautologia.

Um exemplo deste grupamento é : considerando que A_1, B_1, C_1, etc., representam as espécies, os gêneros, as famílias, etc., e A_2, A_2', B_2', etc. as diversas espécies, gêneros, famílias etc., podendo ser compreendidas nas classes A_1, B_1, C_1, etc. A multiplicação co-unívoca significa que uma espécie *A* nada contém além dela mesma, que um gênero *B* pode conter uma espécie (*A*), outras espécies (*A'*) e ele mesmo; que a família *C* pode conter espécies, e gêneros (C_1, A_2 + C_1 A_2'= C_1B_2) mas não contém elemento de nível superior a ela mesma.

2.1.4 Grupamento Multiplicação Biunívoca de Classes

O grupamento multiplicação biunívoca[2] de classes engloba operações referentes a tabelas de dupla (tríplice ou mais) entrada, caso em que se pode efetuar classificações múltiplas ou comparativas. Apresenta a composição, a reversibilidade, a associatividade, a operação idêntica e a tautologia.

Um exemplo é o seguinte: considerando uma classe B_1 e C_2 em que todos os indivíduos de B_1 façam simultaneamente parte de C_2 e vice-versa. Considerando que B_1 são os animais distribuídos na grande divisão do reino animal em A_1=vertebrados e em A_1'= os invertebrados. No caso de C_2 os animais são distribuídos conforme seu *habitat* sendo A_2=terrestres, A_2'=aquáticos e B_2'= os aptos a voar. Há correspondência biunívoca entre as diversas subclasses dos vertebrados (A_1) e as diversas subclasses dos invertebrados (A_1'); também sobre as diversas subclasses dos terrestres (A_2), dos aquáticos (A_2') e dos aptos a voar (B_2'). Note-se que se generaliza a operação de interseção, estabelecendo todas as possíveis combinações entre as duas subclasses.

Esses quatro grupamentos constituem a base da estrutura cognitiva operatória de um indivíduo apto a classificar. Cabe, situar a noção de classe proposta por Piaget; isto é feito a seguir.

3. Sobre as Classes

Segundo Piaget, o sujeito só é capaz de efetuar classificações quando *"1) as definir em compreensão pelo gênero e a diferença específica; e 2) de as manipular em extensão, segundo as relações de inclusão ou de dependência inclusiva, supondo um ajustamento dos quantificadores intensivos 'todos', 'alguns', 'um', e 'nenhum'"* (Piaget 1983 pg. 19). Considerando estas condições para que um indivíduo possa classificar, importa destacar as definições adotadas por Piaget a fim de precisar o sentido da terminologia usada por ele e também no presente trabalho.

Definição 1 : denomina-se "compreensão" de classes ao conjunto de qualidades comuns aos elementos de cada classe bem como ao conjunto das diferenças que distinguem os elementos de cada classe. Por exemplo, no caso em que *B* é a classe composta por "triângulos e quadriláteros", pode-se dizer em compreensão, que os triângulos possuem três lados que os quadriláteros possuem quatro lados, ou seja, essas são suas qualidades comuns. Se a classe dos quadriláteros for subdividida em "quadrados e retângulos", o conjunto de diferenças que distinguem os membros da classe dos quadrados é o fato de possuírem os "quatro lados iguais", e da classe dos retângulos, o fato de possuírem os "quatro lados iguais dois a dois".

Definição 2: denomina-se "relações de semelhança" às qualidades comuns aos elementos de uma classe mesmo nos casos em que essa qualidade é formulada como predicado não-relativo. Por exemplo, no caso em que "todas as figuras (*A*) são azuis (*a*)" significa que a classe das figuras (*A*), é determinada pela característica comum (*a*) de serem azuis.

[2] Este grupamento marca o acabamento da lógica das classes e o início da lógica das proposições.

Definição 3: denomina-se "alteridade" *a'* às diferenças entre os membros da classe *A'* e os da classe *A*, quando se assemelham sob *B*. Por exemplo, no caso em que *B* é a classe de "todas as figuras de quatro lados", pode-se dizer que *A* é a classe dos quadrados (cuja alteridade é o fato de que possuem quatro lados iguais) e a classe *A'* é a classe dos retângulos (cuja alteridade é o fato de que possuem quatro lados sendo que são iguais dois a dois desses lados). Note-se que $B=A + A'$.

Definição 4 : denomina-se "gênero e diferença específica" a identificação dos membros de uma classe simultaneamente pelas características *b* e *a* ou *b* e *a'*. Por exemplo, ainda considerando a classe *B* da definição anterior, pode-se dizer que existe a classe dos "quadrados (*b*) verdes (*a*)", ou "dos quadrados (*b*) não azuis (*a'*).

Definição 5: denomina-se "extensão" ao conjunto de elementos de uma classe, definida pela sua compreensão. Em outras palavras, uma classe em extensão é determinada a partir de uma função cujos elementos a ela atendem. Por exemplo "todos os quadrados" atendem aos requisitos de serem "figuras de quatro lados iguais".

Definição 6: denomina-se "quantificação intensiva" à aplicação dos quantificadores "todos", "algum", "alguns", "nenhum" aos membros de uma classe. Por exemplo, no caso em que *B* é a classe de "todas as figuras com mais de três lados", e que ela é composta por *A* e *A'*, onde *A* é a classe dos quadrados e *A'* é a classe dos retângulos. Pode-se dizer que "alguns *A* são *B*" bem com "nenhum triângulo é *B*", etc.

Definição 7: denomina-se "inclusão de uma classe em outra" a relação que comprova a situação em que existe uma classe encaixada hierarquicamente em outra. No exemplo dado na definição anterior, a inclusão de uma classe em outra comprova, por exemplo, que "todos os *A* são alguns *B*".

Definição 8: denomina-se "dependência inclusiva" a relação de pertinência de um elemento a uma classe. Por exemplo, um elemento com quatro lados pertence à classe dos quadriláteros.

Ainda segundo Piaget, as propriedades de uma classificação, alcançadas somente quando da estrutura de grupamentos lógico-matemáticos amadurecida, são as seguintes (Piaget 1983, pg 67-68):

1) não existência de elemento isolado ou sem classe; é preciso classificar todos os elementos;

2) não existe uma classe isolada; toda classe específica *A*, caracterizada pela propriedade *a*, opõe-se à sua complementar *A'*, caracterizada por *não-a* , sob o gênero mais próximo *B*, tal que $B=A + A'$;

3) uma classe *A* compreende todos os elementos dotados da propriedade *a*;

4) uma classe *A* compreende apenas os elementos dotados da propriedade *a*;

5) não há interseção entre classes de mesmo nível; $A \times A'=0$;

6) em uma classe *A* compreendendo elementos dotados da propriedade *a*, e uma classe complementar *A'* compreendendo elementos dotados da propriedade *a'*, os elementos dotados da propriedade *a* são *não-a'* e os elementos dotados da propriedade *a'* são *não-a*;

7) uma classe *A* está incluída em uma classe superior que compreenda todos os seus elementos, a iniciar pelo mais próximo *B*, ou seja $A = B – A'$, o que significa que todos os *A* são alguns *B*;

8) simplicidade em extensão, ou seja, reduzir ao mínimo as inclusões de classes;

9) simplicidade em compreensão, reduzindo ao mínimo as qualidades comuns aos elementos que pertencem às classes bem como ao conjunto das diferenças que distinguem os membros de classes diferentes;

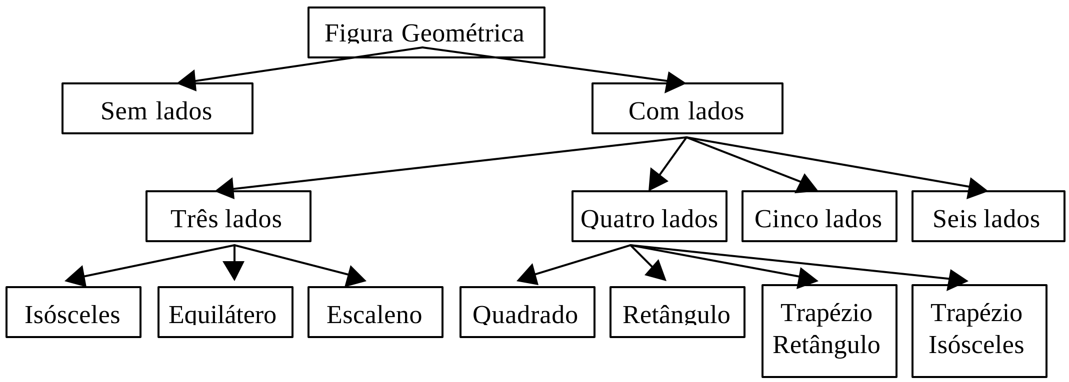
10) simetria nas subdivisões de classes estabelecimento de equivalência de $A_1 + A_1'$ e $A_2 + A_2'$ em *B*.

4. O Protótipo e os Experimentos

O protótipo implementado permitiu a realização de alguns experimentos envolvendo classificações. A inspiração para sua modelagem deveu-se aos relatos de inúmeras provas piagetianas constantes nos livros de Piaget, Inhelder e seus colaboradores, dentre eles (Piaget 1976a), mas especialmente (Piaget 1983). Em algumas provas Piaget e Inhelder utilizaram material constituído por formas geométricas bidimensionais: superfícies circulares, quadradas, triangulares, etc., de cores diferentes, e solicitaram a crianças de diversas idades (mas principalmente dos 4 aos 8-9 anos) que realizassem várias atividades a exemplo de "*reunir o que se parece*" (Piaget 1983 pg 36 e seguintes). Assim, neste protótipo optou-se por fazer uso de figuras geométricas bidimensionais. Essas figuras podem ser organizadas de diversas maneiras, por exemplo como mostrado na figura 1, levando-se em conta os lados.

Cada figura é representada pelas propriedades “número de lados”, “tamanho dos lados” e “cor”. Em um experimento se pode querer “reunir os quadriláteros azuis”, “reunir todos as figuras pretas com três lados”, “separar os triângulos equiláteros dos demais triângulos”, etc. Se pode querer verificar que “algumas figuras com três lados são triângulos isósceles”, que “todos os retângulos são figuras com quatro lados”, etc. Ou seja, é possível realizar uma quantidade variada de classificações, e para isso é necessário que seja empregado o grupamento correspondente (aditivo de classes, das vicariâncias, multiplicação co-unívoca de classes e multiplicação bi-unívoca de classes).

Figura 1 – Um exemplo de organização das figuras usadas no protótipo



No protótipo implementado há uma matriz que simboliza uma mesa onde são dispostas as figuras com as quais se quer operar. São atribuídas propriedades (lados, tamanho e cor) às figuras selecionadas para comporem um experimento. Feito isto, é necessário colocá-las em uma posição qualquer da mesa (matriz) clicando sobre o local desejado. Em seguida seleciona-se o objetivo. Este objetivo pode ser composto como por exemplo, reunir as “figuras com 4 lados” e de cor “azul”. Definido o objetivo, resta acionar o botão “iniciar”. Os objetos selecionados são movidos para a área alvo, situada na parte inferior do protótipo. Esta área alvo atua como uma caixa, identificada como *A*, onde os objetos devem ser guardados; a caixa *A’* é usada em ocasiões que requeiram armazenar o complementar de *A*. Pode-se também efetuar consultas empregando os quantificadores “todos”, “alguns”, “um” e “nenhum”. A figura 2a ilustra o protótipo e a 2b ilustra o mecanismo de atribuição de propriedades aos objetos.

Figura 2a – Uma ilustração do protótipo

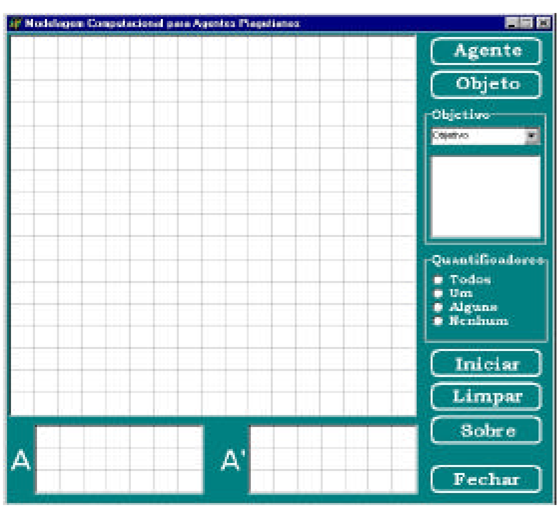
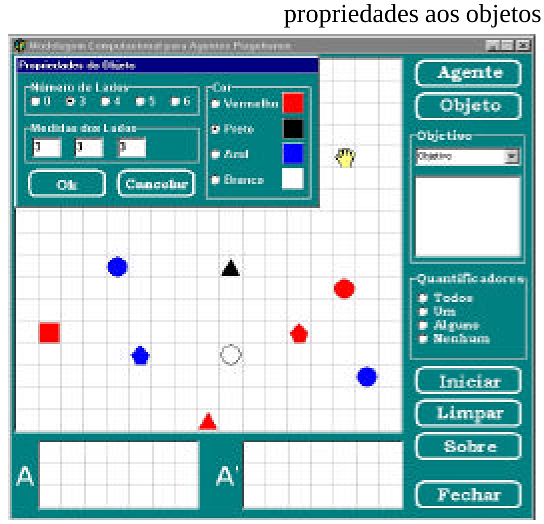


Figura 2b – Uma ilustração da atribuição de propriedades aos objetos



Ao ser iniciada a execução do experimento, o software simula a ação de uma criança cuja estrutura cognitiva tenha atingido o final do período operatório concreto. Procurou-se fazer com que o software simulasse as operações feitas pela criança em uma situação de classificação, fazendo uso dos grupamentos de classes que foram implementados. É importante ressaltar que um dos objetivos deste protótipo é consolidar o conhecimento teórico a respeito dos grupamentos para, posteriormente, defini-los como constituintes da estrutura cognitiva de um agente computacional, cujo aspecto teórico não foi abordado neste artigo, mas pode ser visto em (Rizzi 2003). Portanto, não foram feitas análises ou comparações do desempenho do protótipo com o desempenho de crianças. O objetivo principal é implementar o modelo teórico da estrutura operatória concreta, proposta por Piaget.

O software, assim como a criança, tem a visão de toda a mesa, tendo conhecimento sobre a quantidade de objetos, porém, não identificando suas propriedades. Assim como nas provas piagetianas onde a criança busca a solução de um dado problema de classificação separando os objetos solicitados, o software também analisa cada objeto verificando se atende aos requisitos do objetivo definido. Esta verificação é feita representativamente quando a figura de uma “mão” (figura 2b) aproxima-se de cada objeto. Isso significa que o objeto foi alcançado. Uma vez alcançado, é feita uma consulta ao registro correspondente da figura, que disponibiliza a informação do número de lados e cor. Se a figura alcançada atende aos requisitos do objetivo definido, ela é deslocada até a caixa *A* (área alvo). Para alcançar cada objeto colocado, o software realiza uma *Busca em Amplitude* (Rich, 1994), ou seja, a partir da posição da caixa, consulta todas as células vizinhas, buscando o melhor caminho até alcançar o objeto mais próximo e identificá-lo como sendo ou não um dos objetos procurados. Uma nova busca é iniciada, até que todos os objetos tenham sido verificados. Cabe ressaltar que ambas as caixas *A* e *A’* são usadas para avaliar as operações realizadas. Como mencionado, na caixa *A* devem ser armazenados os objetos que fazem parte do objetivo. Na caixa *A’* devem ser armazenados os objetos complementares aos objetos alvo. É através da análise das caixas que se pode verificar operações do tipo “os triângulos retângulos (caixa *A*) e as demais figuras com 3 lados (caixa *A’*)”.

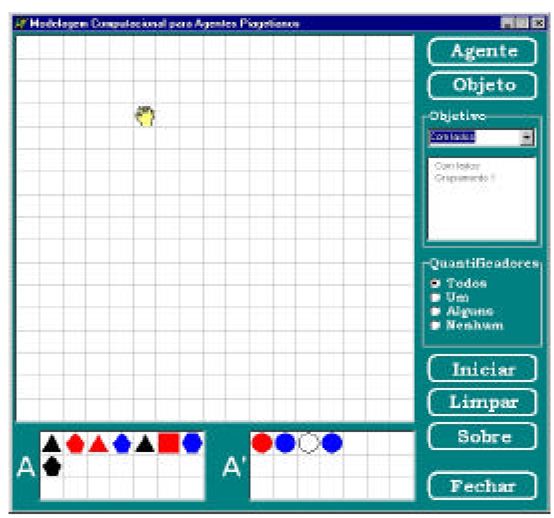
Para a implementação do protótipo foi usada a linguagem de programação Delphi (Delphi Borland) por oferecer facilidade na criação de interface e por prover boa comunicação com a linguagem Prolog (Amzi! Prolog), que é usada para geração da base de conhecimento do agente (sua estrutura cognitiva e sua memória), neste protótipo, representada pela “mão” que busca os objetos.

Para realizar os testes foram considerandos os quatro grupamentos de classes, as oito definições e as dez propriedades das classificações apontadas anteriormente. Para descrever os resultados, optou-se por dar maior ênfase ao primeiro grupamento, discutindo as operações que podem ser realizadas com ele. Mas cabe ressaltar que os demais grupamentos foram testados e apresentaram desempenho satisfatório.

O primeiro grupamento lida com as operações de adição e subtração de classes primárias e secundárias. Por exemplo, a classe das “figuras geométricas” é uma classe primária. As classes “com lado” e aquelas “sem lado” lhe são secundárias. A figura 3a mostra a seleção dos objetos e objetivo e a figura 3b mostra os resultados obtidos a partir da execução.

Figura 3a – Seleção dos objetos e objetivo

Figura 3b – Ilustração dos resultados



Note-se que a definição de classe, segundo Piaget (fornecida na seção três) está presente com relação às noções de compreensão e extensão. O primeiro grupamento possui as seguintes operações, também contempladas no protótipo:

a) Operação direta ou composição: a adição de uma classe com sua complementar gera uma classe que as engloba, e que lhes é contígua. Somando-se as figuras sem lado com as que possuem lados obtém-se a classe das figuras geométricas, ou seja, $A_1 + A_1' = B$. Pode-se dizer também que $A = A$, $A + A = A$, $B + 0 = B$. Só se pode compor com classes contíguas;

b) Operação inversa: a subtração de uma classe anula uma operação direta e a subtração de uma classe dela mesma resulta zero. Subtraindo A_1' de B, tem-se A_1, que é a classe das figuras com lados, ou seja, $B - A_1' = A_1$. Do mesmo modo, $B - A_1 = A_1'$;

c) Idêntica geral: esta operação consiste em operar com a classe vazia. Acrescentando-se 0 (zero) à classe A_1, tem-se a própria classe A_1. O mesmo ocorre com o a classe B: $B - B = 0$;

d) Idênticas especiais: são a tautologia e a reabsorção. Tautologia é a composição de uma classe com ela mesma. Por exemplo, $A_1 + A_1 = A_1$. Reabsorção é a composição de uma classe com sua superclasse ou com suas subclasses. $B + A_1 = B$, onde B é a superclasse de A_1 e A_1 é subclasse de B. Note-se que se os sinais das operações forem diferentes, elas perdem o papel de idênticas especiais: $A - A = 0$; $A - B = A_1$;

e) Associatividade: a associatividade é restrita às operações de sinais iguais. $(A_1 + B) + A_1' = A_1 + (B + A_1')$; com sinais diferentes não há associatividade.

Com o protótipo pode-se efetuar uma classificação empregando os quantificadores intensivos (todos, alguns, um e nenhum). É possível consultar, por exemplo, se "alguma figura com lado é figura geométrica". A resposta também é apresentada nas caixas A e A'. Sobre os demais grupamentos, contemplados no protótipo, a título de síntese, pode-se fazer os seguintes comentários.

Considerando o segundo grupamento, o das Vicariâncias, diz-se que existem as figuras "com lados" e esta é a classe primária B. Ela é subdividida em figuras de 3, 4, 5 e 6 lados, que correspondem às classes secundárias A_1, A_2, A_3 e A_4 respectivamente. Assim, pode-se dizer que existem as figuras de 3 lados e as restantes, ou seja, $A_1 + A_1' = B$, sendo A_1' composta pelas classes secundárias A_2, A_3 e A_4. Pode-se dizer também que A_2, A_3 e A_4 estão contidas em A_1', bem como em B. Também se pode dizer que $B - A_1' = A_1$. Pode-se considerar também as figuras de 4 lados e as restantes, ou seja, $A_2 + A_2' = B$, sendo A_2' composto pelas classes secundárias A_1, A_3 e A_4. (idem para A_3 e A_4). Pode-se dizer também que A_1, A_3 e A_4 estão contidas em A_2', bem como em B. Também se pode dizer que $B - A_2' = A_2$. Idem para A_3 e A_4. Ou seja, ao contrário do primeiro grupamento que considera apenas uma divisão em cada classe não elementar, o grupamento das vicariâncias considera múltiplas divisões em cada classe.

Considerando o terceiro grupamento, pode-se dizer que uma correspondência co-unívoca entre as classes A e B gera o conjunto dos elementos que possuem características de A e de B, simultaneamente. Do exemplo, pode-se considerar os "triângulos (A) azuis (B)". Numa classificação dessas, somente os triângulos azuis comporão o conjunto resultado porque apresentam simultaneamente ambas as características. Ocorreu uma interseção visto que a multiplicação determina a maior das classes que está inclusa simultaneamente em A e em B,

Uma correspondência bi-unívoca entre as classes, quarto grupamento, engloba operação referentes a tabelas de dupla (tríplice ou mais) entrada, caso em que se pode efetuar classificações múltiplas ou comparativas. Do exemplo pode-se considerar as "figuras com três lados" que são "azuis" e "vermelhas". É feita a correspondência figura *versus* cor, termo a termo.

5. Comentários Finais

Uma metáfora de Papert pode ser empregada para explicar a importância dos grupamentos para o indivíduo no período das operações concretas. Papert faz referência ao antigo "João-faz-tudo" que bate de porta em porta oferecendo seus serviços para consertar o que quer que esteja estragado. Ele leva consigo uma sacola que contém algumas ferramentas, que podem ou não serem utilizadas no conserto requerido. No entanto, este fator em nada o perturba, visto que acredita poder adaptar as ferramentas que possui a qualquer serviço que lhe for solicitado (Papert, 1994 pg 128).

Algo semelhante ocorre no período operatório concreto com a estrutura dos grupamentos. Para o indivíduo, cada problema "*consiste tão somente de um sistema especial de operações a efetuar no seio do grupamento total correspondente*"(Piaget, 1977 pg 48). A solução de cada problema constitui um grupamento particular, que atende às normas operatórias (composição, reversibilidade, associatividade, idêntica geral, tautologia) e a reversibilidade (por inversão ou por reciprocidade) dos grupamentos operatórios. Esse "grupamento solução" prolonga e completa as relações já grupadas a partir do grupamento original, subdividindo, diferenciando, enfim, adaptando-o ao problema em questão. É assim que neste período o indivíduo, pela sua ação prática, constrói para si os grupamentos elementares e, a partir deles, tal como o "João-faz-tudo", adapta-os aos problemas e desequilíbrios que sua interação *sujeito-objeto* e/ou *sujeito-sujeito* lhe impuserem. À capacidade de lidar com classes e relações já adquirida, pode ser incorporado novos elementos, sem no entanto, abalar a solidez do todo cognitivo; ao contrário, o novo se harmoniza com o conjunto.

Apesar da tentativa de aproximar tanto quanto possível o modelo computacional do modelo teórico, o que se fez (e se está fazendo) é uma interpretação deste e portanto, o modelo computacional proposto apresenta limites e possibilidades em relação ao modelo teórico. No entanto, considerando que um dos objetivos deste trabalho é o de consolidar o conhecimento teórico a respeito dos grupamentos a fim de, no futuro, constitui-los como parte integrante da estrutura cognitiva de um agente computacional, acredita-se que se está na direção de tal objetivo.

Quanto aos trabalhos futuros, pretende-se apontar melhorias necessárias para a próxima versão, que deve contemplar os demais quatro grupamentos, que lidam com as noções de relações. Outra questão que suscita discussão diz respeito ao fator motivacional para que um indivíduo (e um agente computacional) efetue operações que envolvam classes e relações, e mais, as realize em conjunto com outros agentes, cooperativamente. Os estudos desenvolvidos até então, apontam como bastante promissora a sociologia de pequenos grupos esboçada por Piaget no seu "Ensaio sobre a Teoria dos Valores Qualitativos em Sociologia Estática (Sincrônica)",(Piaget 1973) e retomada por (Costa 2002) e (Rodrigues 2003). Neste sentido, atualmente um protótipo também está em fase de desenvolvimento.

Referências

Amzi! Prolog + Logic Server Interactive Development Environment 6.2.10

Becker, Fernando. (1999) "Epistemologia genética e conhecimento matemático", In: Revisando Piaget, Mediação, Porto Alegre, pg. 21-48.

Chiarottino, Zelia Ramozzi. (1972) "Piaget: Modelo e Estrutura", Livraria José Olympio Editora, Rio de Janeiro,1972.

Costa, Antônio Carlos da Rocha; Dimuro, Graçaliz Pereira. (2002) "Uma Estrutura Formal Normativa para Sistemas Computacionais". Disponível em http://gmc.ucpel.tche.br/valores.

Delphi. Borland Delphi Enterprise. Version 5.0 (Build 5.62) copyright 983, 1999 Inprise Corporation.

Papert, Seymour. (1994) A Máquina das Crianças. Artes Méticas, Porto Alegre, 1994.

Piaget, Jean. (1942) "Classes, Relations et Nombres", Librairie Philosophique J. Vrin, Sorbone, 1942.

Piaget, Jean. (1973) "Estudos Sociológicos", Editora Forense, Rio de Janeiro, 1973.

Piaget, Jean. (1976) "Ensaio de Lógica Operatória", Editora da USP, São Paulo, 1976.

Piaget, Jean. (1977) "Psicologia da Inteligência", Zahar Editores, Rio de Janeiro, 1977.

Piaget, Jean; Inhelder Bärbel. (1976a) "Da Lógica da Criança à Logica do Adolescente", Biblioteca Pioneira de Ciências Sociais, São Paulo, 1976.

Piaget, Jean; Inhelder Bärbel. (1983) "Gênese das Estruturas Lógicas Elementares", Zahar Editores, Rio de Janeiro, 1983.

Pressmann, Roger S. (1995) "Engenharia de Software", Makron Books, São Paulo, 1995.

Rich, Elaine; Knight, Kevin. (1994) "Inteligência Artificial", Makron Books, São Paulo, 1994.

Rizzi, Claudia B. (2001) "Agentes Cognitivos Computacionais Baseados em uma Interpretação dos Grupamentos de Jean Piaget : Um Estudo sobre a Cooperação", PGIE/UFRGS, P.Alegre, 2001.

Rizzi, Claudia B. (2002) "Um Estudo sobre as Estruturas Operatórias Piagetianas com Ênfase nas Estruturas Concretas e uma Proposta de Trabalho", PGIE/UFRGS, P.Alegre, 2002.

Rizzi, Claudia B. (2003) "Rumo a um Modelo de Agentes Computacionais Cooperativos Piagetianos : uma discussão preliminar", PGIE/UFRGS, P.Alegre, 2003.

Rodrigues, Maíra Ribeiro. Costa, Antônio Carlos da Rocha; Bordini, Rafael. (2003) "A System of Exchange Values to Support Social Interactions in Artificial Societies". Disponível em http://gmc.ucpel.tche.br/valores.

Sommerville, Ian; Kotonya Gerald. (1997) "Requirements Engineering", J.Wiley & Sons, N.York, 1997.

Wazlawick, Raul Sidnei. (1991) "Um Papel para a Lógica Intra-Proposicional de Jean Piaget na Representação do Conhecimento do Senso Comum", Instituto de Informática da UFRGS, Porto Alegre, 1991 (dissertação de mestrado).