

Uma Rede Bayesiana aplicada à Modelagem do Conhecimento Algébrico do Aprendiz

Henrique M. Seffrin, Geiseane Rubi, Patricia Jaques

¹Programa Interdisciplinar de Pós-Graduação em Computação Aplicada (PIPCA)
Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS)

hseffrin@outlook.com, geiserubi@gmail.com, pjaques@unisin.br

Abstract. *Due to their ability to infer probability from uncertain and imprecise data, Bayesian networks have been used to model the students' knowledge in Intelligent Tutoring Systems (ITS). This paper presents a Bayesian network implementation of a student model for the algebra domain. The network is based on a concept map of 1st degree operations. Unlike other related works, this network infers the student knowledge from every action (step) of the student in equation solving, instead of inferring the knowledge from the success on the final answer. An evaluation was conducted comparing the network inference in contrast to a specialist's assessment. The results showed a significant similarity between the network and the specialist assessments.*

Resumo. *Devido à capacidade de inferir probabilidades a partir de dados incertos e imprecisos, Redes Bayesianas (RB) tem sido utilizadas para modelar o conhecimento do aluno em Sistemas Tutores Inteligentes (STI). Este artigo apresenta a implementação de uma RB para um modelo de aluno no domínio de álgebra. A rede foi modelada baseando-se em um mapa conceitual de operações de 1º grau. Diferentemente de outros trabalhos na área, esta rede infere o conhecimento do aluno a partir de cada ação (passo) do aluno na resolução das equações, no lugar de realizar a inferência a partir do sucesso na resposta final. Uma avaliação foi conduzida com a rede e o seu resultado foi comparado com a opinião de uma especialista. Os resultados mostraram similaridade significativa entre as avaliações da rede e os dados da especialista.*

1. Introdução

A Matemática é, em geral, considerada uma disciplina complexa pelos alunos, em especial, quando se trata da aprendizagem algébrica. Desenvolver o raciocínio algébrico exige desenvolver habilidades relacionadas à abstração de valores incógnitos. Recursos computacionais podem ser bastante úteis nesta fase de transição do raciocínio concreto para o abstrato.

Sistemas Tutores Inteligentes (STIs) tem sido amplamente usados como recursos computacionais em sala de aula e também extra-classe. Alguns dos tutores mais amplamente empregados em escolas destinam-se à aprendizagem de álgebra [Koedinger et al. 1997, Nicaud et al. 2006]. Uma das principais vantagens dos sistemas tutores é oferecer auxílio inteligente individualizado aos alunos, permitindo que eles aprendam no seu próprio ritmo.

Para que os STIs possam oferecer essa assistência individualizada aos alunos, eles precisam guardar informações sobre perfil e habilidades dos mesmos. Conforme o aluno interage com o sistema, resolvendo exercícios por exemplo, o tutor constrói um modelo deste aluno, identificando os conceitos que foram corretamente assimilados e relacionados a sua estrutura cognitiva, assim como as falsas concepções. O componente do STI responsável por este mapeamento de informações é o Modelo de Aluno (MA) [Woolf and McDonald 1984]. Uma das formas que os MAs mapeiam o conhecimento é através de Redes Bayesianas (RB), por estas serem capazes de tratar a incerteza dos dados.

Este artigo descreve a implementação de uma RB para o mapeamento do conhecimento de álgebra elementar, mais especificamente, de operações relacionadas à resolução de equações de 1º grau. Esta rede fará parte do MA do projeto Pat2Math¹, um STI voltado ao ensino de álgebra elementar (equações de 1º e 2º grau com uma incógnita). STIs como o Andes [Gertner et al. 1998, Conati et al. 2002], o SQL-Tutor [Woolf 2008], e o STI de álgebra de [Millán et al. 2013] empregam RBs em suas arquiteturas, seja para identificar a linha de raciocínio do aluno, como para mapear seu conhecimento. O modelo proposto neste artigo possui o diferencial de considerar cada passo de resolução da equação como uma evidência do conhecimento do aluno, ao invés de considerar apenas se o aluno acertou a resposta final. Isso permite uma identificação mais precisa das unidades de conhecimento do aluno.

O processo de implementação da rede ocorreu em etapas. Inicialmente foi construído um mapa conceitual, que descreve as relações entre as operações de 1º grau. Após foi construída uma RB com base neste mapa. Em seguida, foram inseridos as equações e seus respectivos passos de resolução. Estes passos, então, foram relacionados com as respectivas operações.

Este artigo está organizado como segue. A seção 2 apresenta os principais conceitos relacionados à RB. A seção 3 lista trabalhos na área de modelos de aluno para STIs que empregam esta tecnologia. A seção 4 apresenta a modelagem de um mapa conceitual de álgebra que auxiliou na construção da RB do MA proposto. A RB e as etapas envolvidas na sua modelagem são apresentadas na seção 5. Finalmente, uma breve discussão sobre os resultados dos experimentos realizados é apresentada na seção 6 e as conclusões são descritas na seção 7.

2. Redes Bayesianas

Como apresentado anteriormente, a tecnologia de Redes Bayesianas (RB) é empregada neste trabalho para a construção de um MA para o domínio de Álgebra. RBs são modelos probabilísticos aplicados em problemas que envolvem dados incertos e imprecisos. RBs permitem representar a dependência entre variáveis e são uma forma compacta de representar a distribuição de probabilidade conjunta [Russell and Norvig 2002].

Graficamente, uma RB é um grafo dirigido acíclico. Seus nodos são variáveis aleatórias que possuem diferentes estados e probabilidades. As arestas do grafo indicam a relação de dependência entre os nodos: origem influencia em destino. Assim, um nodo-filho (destino) tem a sua probabilidade dependente do resultado do seu

¹Site do Projeto: <http://www.projeto.unisinos.br/pat2math/>

nodo-pai (origem). Cada nodo X_i possui a distribuição de probabilidade condicional $P(X_i|Pai(X_i))$ que quantifica o efeito dos pais no nodo [Russell and Norvig 2002].

No processo de inferência, as probabilidades são atualizadas de acordo com uma ou mais evidências [Millán et al. 2010], ou seja, cada nova evidência gera um impacto nas probabilidades da rede. Evidências são variáveis com um dos seus estados possuindo probabilidade de 100% e os outros 0%. Elas podem ser utilizadas de duas formas: Predição e Diagnóstico [Millán et al. 2010]. **Predição** consiste em aplicar as evidências na rede e observar os comportamentos das variáveis que são influenciada por elas. O **diagnóstico** ocorre de forma inversa: aplica-se a evidência na variável influenciada e observa-se qual a variável exerceu maior influência sobre ela.

A Figura 1 exemplifica o funcionamento de uma RB [Millán et al. 2010]. Ela representa a influência de rinite e resfriado sobre os espirros de uma pessoa. A rinite é influenciada pelo fato da pessoa ser alérgica e da presença de gatos no local, indicando uma possível alergia a gatos. Os gatos por sua vez influenciam diretamente na presença de arranhões nos móveis na casa. As tabelas apresentam as probabilidades para cada nodo da rede, ou seja, as chances de cada evento ocorrer.

Para um ataque de Rinite ocorrer, uma pessoa deve ser alérgica a gatos “e” haver gatos no local (implementado como uma função “AND”). Em contrapartida, basta apenas a pessoa ter um resfriado “ou” um ataque de rinite para que hajam espirros (implementado como uma função “OR”). Estas funções podem ser verificadas através da coluna V (Verdadeiro) das tabelas de Rinite e Espirro.

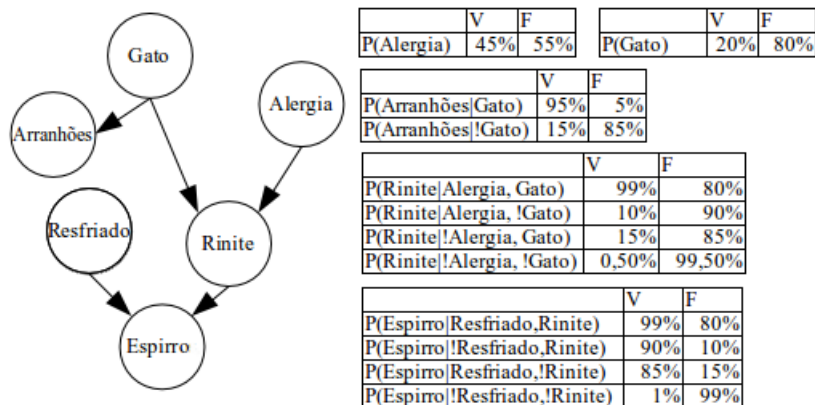


Figura 1. Exemplo de Rede Bayesiana [Millán et al. 2010]

Uma vez estabelecidas as relações de dependência entre as variáveis, inicia-se o processo de inferência da rede: a evidência “Espirro” é inserida na rede, seus estados são alterados para 100% em V (Verdadeiro), e conseqüentemente F (Falso) torna-se 0%. Após a inserção da evidência, a rede é atualizada de modo a adaptar-se às novas probabilidades. Com base nessas novas probabilidades é possível observar qual a possível causa do espirro. Pode-se também adicionar outras evidências: por exemplo, observou-se arranhões nos móveis. Nesse caso, o nó arranhões é atualizado para 100% em V. Com base nestas duas evidências, a rede infere uma maior possibilidade de Rinite (com 74% de chances) do que Resfriado (com 41% de chances), conforme mostra a Figura 2.

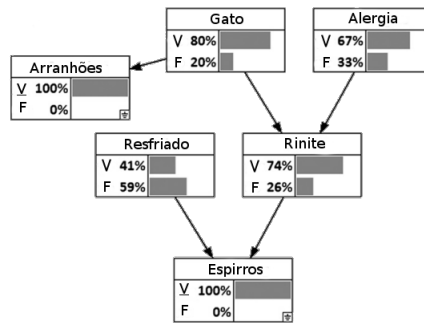


Figura 2. Resultado da rede com base nas evidências apresentadas

3. Trabalhos Relacionados

Na literatura são encontrados diversos exemplos de MA de STIs que utilizam redes Bayesianas. Em [Gertner et al. 1998, Conati et al. 2002] é apresentado o MA do STI de física Andes. Ele emprega RB para identificar o raciocínio utilizado pelo aluno para resolver um exercício. Para cada exercício, há um grafo que descreve todos os possíveis passos de solução. Durante a resolução, o mesmo é convertido em uma RB para que o sistema possa acompanhar o raciocínio do aluno. De modo a obter uma melhor inferência do raciocínio, o sistema utiliza nodos para representar as ações do aluno, como por exemplo, desenhar vetores, calcular o valor de incógnitas, etc. Toda a ação do aluno é registrada pelo sistema pois o mesmo permite ao aluno omitir passos. Desta forma, qualquer ação é uma demonstração de aplicação de conhecimento [Gertner et al. 1998].

O trabalho de [Millán et al. 2013] apresenta um modelo de RB para o diagnóstico do conhecimento do aluno em equações de 1º grau. As unidades de conhecimento estabelecem relações entre si, indicando precedência de conhecimento. As probabilidades destes nodos indicam o quanto o aluno conhece do conteúdo, que pode ser influenciado por conhecimentos anteriores. Por exemplo, adição e multiplicação influenciam igualmente no aprendizado do conteúdo² “equivalência”. Desta forma, se haver alta probabilidade do aluno conhecer adição e multiplicação, a probabilidade do aluno conhecer “equivalência” será próxima de 100%.

Cada unidade de conhecimento exerce influência sobre os exercícios do sistema, indicando que o exercício trata de conteúdos relacionados a estes conhecimentos. Quando um exercício é realizado, ele é tratado como uma nova evidência na rede. Estando ele certo ou errado, o estado correspondente é atualizado para 100%, influenciando de forma positiva ou negativa nas probabilidades das unidades de conhecimento relacionadas. Dessa forma, os exercícios indicam um aumento ou decréscimo das probabilidades do aluno conhecer um determinado conteúdo.

Já sistemas como o apresentado em [Chieu et al. 2010] e o SQL-Tutor [Woolf 2008] utilizam uma arquitetura de RB para representar ações ao longo do tempo: Redes Bayesianas Dinâmicas. Estes sistemas utilizam este tipo de rede para representar a evolução do aluno ao longo do tempo. Informações referentes ao passado são utilizadas para indicar um ganho ou uma perda no aprendizado.

²Conteúdo e conceitos são empregados neste artigo como sinônimo de unidade de conhecimento em STI [Vanlehn 2006].

O modelo proposto neste artigo utiliza um modelo de RB para mapear o conhecimento do aluno no domínio de álgebra. Ele é similar ao MA apresentado em [Millán et al. 2013], porém tendo como diferencial o tipo de evidência utilizado. Neste trabalho, as evidências são as correções, pelo tutor, dos passos fornecidos pelos alunos na resolução da equação, ou seja, cada evidência é o (in)sucesso no emprego de uma operação algébrica para resolução de um passo. Isso somente é possível porque o MA proposto destina-se a um STI cujo Modelo do Domínio é um sistema especialista. Isso permite ao tutor corrigir cada passo de resolução da equação apresentado pelo aluno. A grande vantagem de usar passos como evidências é que o MA pode, nesse caso, identificar com muito mais precisão o nível de conhecimento do aluno para cada conceito. Essa abordagem é diferente de [Millán et al. 2013] que utiliza como evidência apenas o resultado final da resolução da equação (correto ou incorreto).

Com relação ao Andes, este trabalho diferencia-se por utilizar um modelo de RB mais genérico, não havendo necessidade de definir-se manualmente um grafo para cada tipo de problema. Da mesma forma, o trabalho [Chieu et al. 2010] apresenta uma RB temporal para um STI da área médica, focada em um único tipo de operação.

4. Um Mapa Conceitual no Domínio de Álgebra

Um primeiro passo para o desenvolvimento do MA proposto é a definição dos principais conceitos no domínio da álgebra, assim como as relações entre esses conceitos. Para tanto, foi primeiramente desenvolvido um Mapa Conceitual (MC) de álgebra relacionando os conceitos necessários para a resolução de qualquer equação do 1º grau. MC, segundo [Faria 1995], é um esquema gráfico que representa estruturas de sistematização de um conhecimento específico, relacionando conceitos e proposições relevantes. Dito de outra forma, um MC é um diagrama que indica relações entre conceitos.

MCs têm sido empregados como recursos educacionais em várias situações, assim como ferramenta de mapeamento do conteúdo curricular [Faria 1995]. Nesse último caso, eles permitem visualizar as relações hierárquicas e dependentes entre os conceitos para um dado conhecimento. Os MCs mostram as relações de subordinação e superordenação entre os conceitos que possivelmente afetarão um dado conhecimento [Moreira and Masini 2011], o que é bastante útil para a construção da RB.

Dessa forma, a partir do levantamento realizado por uma especialista (professora do Ensino Fundamental e Mestre em Educação em Ciências e Matemática), elaborou-se um MC de álgebra. Esse mapa representa as operações necessárias para resolver equações de 1º grau. Conforme ilustrado no MC desenvolvido (Figura 3), as operações possuem relação de dependência umas com as outras. Por exemplo, *(i)* para um aluno saber multiplicar é necessário que o mesmo saiba adicionar primeiro; *(ii)* para aplicar a propriedade distributiva da multiplicação, o discente deve saber multiplicar e, por consequência, adicionar valores; *(iii)* para calcular o MMC entre dois ou mais números, é necessário ter o conhecimento de adição, multiplicação e divisão; *(iv)* aplicar os princípios aditivos e multiplicativos implica no aluno saber adicionar, subtrair, multiplicar e dividir. Todas as operações (exceto adição, subtração e divisão) recebem influência de uma ou mais operações estabelecidas como pré-requisito.

O MC desenvolvido é a base para a criação da RB que compõe o MA no STI do projeto PAT2Math. A modelagem da RB é detalhada na próxima seção.

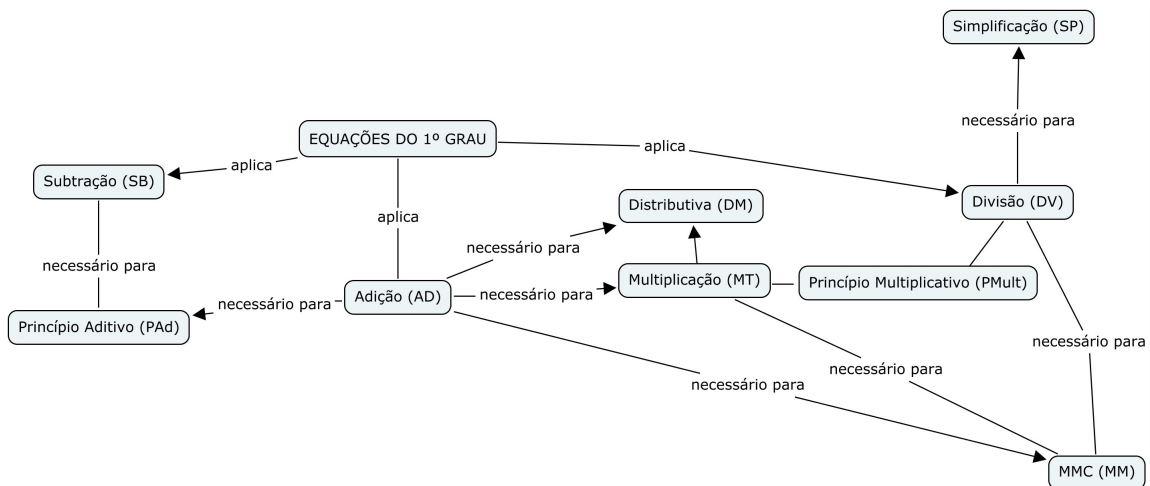


Figura 3. Mapa conceitual de Equações de 1º grau.

5. Trabalho Proposto

O trabalho proposto consiste na implementação de uma RB para identificação do conhecimento do aluno, no domínio de álgebra. Esta RB foi modelada baseando-se nas relações entre conceitos definidos no MC apresentado na seção anterior. A rede representa a relação entre as operações algébricas: quais operações devem ser aprendidas primeiro para que seja possível compreender as seguintes.

5.1. Estrutura da Rede

A estrutura da rede é composta por nodos representando as operações, as equações (exercícios) e os passos necessários para resolvê-las. Os nodos que representam as operações, ou unidades de conhecimento, são os responsáveis pela inferência do conhecimento do aluno. Os nodos das equações e os nodos dos seus respectivos passos são os nodos que recebem as evidências. Quando um passo de resolução é resolvido, uma evidência correspondente é inserida na rede, esteja o passo correto ou não. O que varia neste caso é o estado da evidência: passo Correto ou Incorreto.

Nesta implementação foram considerados apenas conhecimentos de operações de 1º grau: Adição (AD), Subtração (SB), Multiplicação (MT), Divisão (DV), Simplificação (SP), MMC (MM), Propriedade Distributiva (DM), Princípio Aditivo (PAD) e Multiplicativo (PMult). Além de nodos representando cada uma dessas operações, foram também definidos cinco nodos representando cinco equações. Relacionados a cada equação, estão os passos necessários para resolvê-las. Os nodos representando passos estão relacionados às operações que eles representam, por exemplo o nodo “Passo_SB” está relacionado à operação SB. A Figura 4 apresenta um fragmento da rede, que se refere à equação $5x + 15 = 80$ aqui nomeada de “Equacao_1”. Os passos necessários para a sua resolução são: o princípio aditivo, a subtração, o princípio multiplicativo e divisão ou simplificação, representados na Figura 4 nos nodos com prefixo “Passo_”. Uma estrutura similar é utilizada nas outras quatro equações, apenas variando o número e o tipo de passos.

Um parecer geral do conhecimento do aluno é apresentado pelo nodo “Equacao_1_Grau”, que recebe influência de todos os nodos que representam as operações

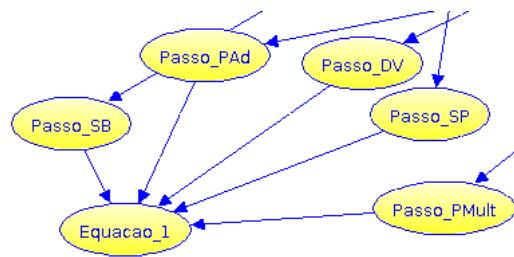


Figura 4. Fragmento da rede que representa a Equação 1

de 1º grau. Este nodo é utilizado no experimento realizado com esta rede, detalhado na seção 6.

5.2. Probabilidades

Cada nodo da rede possui dois estados possíveis. Para nodos representando operações, os estados indicam se o aluno domina (*mastered*) ou não (*unmastered*) uma unidade de conhecimento. Para os outros nodos, os estados indicam se a equação e os passos estão **corretos** ou **incorretos**.

As probabilidades em cada tipo de nodo foram definidas diferentemente, pois possuem significados diferentes. As probabilidades para os nodos das equações foram calculadas como sendo as chances de acerto da equação, dada a realização de um conjunto de passos. Cada passo correto aumenta em $\frac{1}{\text{nro total de passos}}$ as chances de acerto. Logo, a aplicação de todos os passos corretamente define uma probabilidade de 100% de acerto. Em contrapartida, a aplicação incorreta de todos os passos implica em uma probabilidade de 100% de erro. A probabilidade é definida por $\frac{\text{passos aplicados corretamente}}{\text{nro total de passos}}$. Como um passo aplicado incorretamente pode desviar o aluno do caminho da solução, para a probabilidade da equação, são considerados apenas os passos realizados corretamente antes de um erro.

Na definição das probabilidades das operações que dependem de outras operações, foi considerado o grau de importância de cada operação antecedente. Por exemplo: um cálculo de MMC necessita das operações de Adição, Divisão e Multiplicação. No entanto, as operações de Multiplicação e Divisão terão mais peso nas probabilidades que a operação de Adição. Isto se deve ao fato da operação de MMC utilizar um número maior de divisões e multiplicações do que adições. Outro ponto é que se o aluno não sabe dividir ou multiplicar, não há como saber realizar o MMC. A Tabela 1 apresenta o percentual de influência de uma operação sobre a sua sucessora. As operações PAd e PMult dependem, obrigatoriamente, de duas operações (AD e SB, MT e DV), ou seja, deve-se conhecer as duas operações para ser possível aplicá-la. Desta forma, a Tabela 1 apresenta uma dependência de 98% para ambas as operações. Para operações que não possuem dependências foi considerada uma probabilidade de 50% para cada estado, que é o caso das operações de Adição, Subtração e Divisão.

Para as probabilidades dos passos da equação, o aluno possui 98% de chance de resolver um passo corretamente se ele conhece a operação. Consequentemente, se ele não conhece a operação, ele tem 98% de chances de errar o passo. As probabilidades do nodo que descreve o parecer geral do aluno, referente às operações de 1º grau, são igualmente distribuídas. Cada um dos nove nodos exerce 11% de influência sobre ele.

	AD	SB	MT	DV
MT	98%			
SP				98%
PAd	98%	98%		
PMult			98%	98%
MM	10%		45%	45%
DM	20%		80%	

Tabela 1. Dependência entre as operações

Para as probabilidades dos passos da equação, foram adicionados fatores de adivinhação (“chute” - *guess*) e falta de atenção (*slip*). Estes fatores indicam que há uma chance de 2% de acerto do passo da equação por sorte do aluno ou de erro devido à falta de atenção. Desta forma, o máximo de chance de acerto e erro é de 98%, conforme é mostrado na Tabela 1.

As taxas de probabilidade, aqui apresentadas, foram também definidas com auxílio da especialista. Este processo ocorreu mediante a realização de reuniões com a mesma para adaptar o mapa conceitual na rede, definição das probabilidades de cada nodo, e a realização da avaliação, descrita a seguir.

6. Avaliação da Rede Bayesiana

Para a avaliação da RB desenvolvida, foram selecionados 24 testes de uma turma de 8ª série do Ensino Fundamental de uma escola privada de Porto Alegre/RS. O teste é composto por cinco equações de 1º grau, por exemplo $2x + 10 = 4.(x + 1)$, que foram resolvidas pelos alunos como avaliação parcial da disciplina de matemática.

Esses testes foram analisados individualmente por uma especialista na área. A análise buscou identificar o domínio de cada aluno (em porcentagem) para cada operação relacionada a equações do 1º grau. Importante destacar que o valor percentual não refere-se à quantidade de acertos, ou ainda, ao número de passos resolvidos corretamente, mas sim ao quanto um aluno domina corretamente a aplicação de uma determinada operação.

A aplicação correta de uma operação em cada passo foi entrada como evidência para a RB. Por exemplo, para a equação $2x + 10 = 4.(x + 1)$, o aluno forneceu como próximo passo $2x + 10 = 4x + 4$. Nesse caso, a aplicação correta da operação DM é fornecida como evidência à rede. Isso é feito ajustando o nodo Passo_DM da respectiva equação como 100% certo. Com base nas evidências passadas, provenientes das resoluções dos mesmos testes analisados pela especialista, a rede verificou unitariamente o quanto, em percentual, cada um dos 24 alunos sabe sobre equações do 1º grau.

A Tabela 2 apresenta a avaliação em percentual da especialista e da rede do quanto cada aluno sabe sobre equações do 1º grau. Observa-se uma homogeneidade entre os resultados. A média das avaliações da especialista para todos os alunos é 83,13% e da rede foi 83,39%, havendo apenas uma diferença de 0,26 para as 2 médias. A maior diferença entre o percentual da especialista e da rede foi de 6,79% e a menor foi de 0,01%. A aplicação de um teste t não-pareado não consegue mostrar diferença significativa entre as médias ($t=-0.0285$, $df=45.989$, $p\text{-value}=0.9774$). Esses resultados evidenciam uma

acurácia da inferência da rede.

Aluno	Especialista	Rede	Aluno	Especialista	Rede
1	68,00%	61,21%	13	95,00%	95,92%
2	98,00%	98,99%	14	95,00%	94,62%
3	95,00%	98,77%	15	90,00%	94,15%
4	0,00%	1,06%	16	95,00%	94,62%
5	92,00%	95,92%	17	98,00%	98,99%
6	95,00%	95,92%	18	0,00%	1,06%
7	99,00%	98,99%	19	100,00%	98,99%
8	98,00%	98,99%	20	10,00%	6,90%
9	95,00%	95,92%	21	95,00%	95,92%
10	95,00%	95,92%	22	95,00%	95,92%
11	95,00%	91,65%	23	99,00%	98,99%
12	98,00%	95,92%	24	95,00%	95,92%

Tabela 2. Resultados da Avaliação

Através da rede foi possível identificar que 16 dos 24 alunos, ou seja, aproximadamente 67% desta turma, apresenta um déficit na aprendizagem do MMC, pois aplicaram erroneamente a operação. Desta forma, a avaliação da rede indica a necessidade de uma retomada deste conteúdo para a evolução cognitiva dos alunos. Esse diagnóstico foi validado pela especialista. Além disto, destaca-se, na Tabela 2, que os alunos 4 e 18 apresentam pela especialista 0% de aprendizagem sobre equações do 1º grau e pela rede 1,06%. Esses alunos não acertaram nenhuma operação das cinco equações avaliadas. Entretanto, a rede considera um percentual pequeno caso o aluno acerte por “chute”, ou seja, que o aluno sugira um valor qualquer e, por coincidência, o mesmo acerte.

7. Conclusões

Neste artigo foram apresentadas a definição de um mapa conceitual para o domínio de álgebra e a elaboração de uma Rede Bayesiana para identificação do conhecimento do aluno no domínio de equações de 1º grau, baseando-se neste mapa.

Experimentos foram conduzidos com esta rede de modo a verificar a sua acurácia. Com o auxílio de uma especialista, foram analisados testes resolvidos por 24 alunos. A especialista emitiu o seu parecer, atribuindo uma porcentagem para a capacidade do aluno resolver os passos de cada equação. Estes passos serviram de evidência para a Rede Bayesiana, que realizou a mesma inferência. Como resultado, pode-se observar uma forte semelhança entre o parecer da especialista e o retorno da rede.

Futuramente pretende-se empregar a tecnologia de RB Dinâmica para tornar a rede compatível com qualquer tipo de equação, bem como para acompanhar a evolução do aprendizado do aluno. Alguns trabalhos anteriores [Chieu et al. 2010, Woolf 2008] já demonstram a viabilidade do uso desta arquitetura para modelagem de MAs em outros domínios de conhecimento. Também está sendo estudada a inclusão de nodos para representar os erros mais comuns dos alunos: falsas concepções. Elas também influenciam diretamente no conhecimento do aluno, uma vez que um erro pode ser causado por algum conhecimento incorreto que o aluno possua. Uma vez completa, esta rede fará parte do MA do STI PAT2Math, identificando o perfil do aluno com base nos

passos aplicados por ele para resolver um exercício. As correções do módulo especialista comporão as evidências da rede.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio dos seguintes órgãos de fomento à pesquisa: CAPES, CNPq e FAPERGS.

Referências

- Chieu, V., Luengo, V., Vadcard, L., and Tonetti, J. (2010). Student Modeling in Orthopedic Surgery Training. *Int. J. of Artificial Intelligence in Education*, 20:269–301.
- Conati, C., Gertner, A., and Vanlehn, K. (2002). Using Bayesian networks to manage uncertainty in student modeling. *User Modeling and User-Adapted Interaction*, 12(4):371–417.
- Faria, W. d. (1995). *Mapas conceituais: aplicações ao ensino, currículo e avaliação*. São Paulo: EPU.
- Gertner, M. A., Gertner, A. S., Conati, C., and Vanlehn, K. (1998). Procedural help in andes: Generating hints using a bayesian network student. In *Proceedings of the 15th National Conference on Artificial Intelligence*, pages 106–111. AAAI Press.
- Koedinger, K. R., Anderson, J. R., Hadley, W. H., and Mark, M. A. (1997). Intelligent Tutoring Goes To School in the Big City. *Int. J. of Artificial Intelligence in Education*, 8(1):30–43.
- Millán, E., Descalço, L., Castillo, G., Oliveira, P., and Diogo, S. (2013). Using Bayesian networks to improve knowledge assessment. *Computers & Education*, 60(1):436–447.
- Millán, E., Loboda, T., and Pérez-de-la Cruz, J. L. (2010). Bayesian networks for student model engineering. *Computers & Education*, 55(4):1663–1683.
- Moreira, M. A. and Masini, E. F. S. (2011). *Aprendizagem Significativa: A teoria de David Ausubel*. Centauro.
- Nicaud, J. F., Bittar, M., Chaachoua, H., Inamdar, P., and Maffei, L. (2006). Experiments with Aplusix in Four Countries. *Int. J. for Technology in Mathematics Education*, 13(2):79–88.
- Russell, S. J. and Norvig, P. (2002). *Artificial Intelligence: A Modern Approach (2nd Edition)*. Prentice Hall.
- Vanlehn, K. (2006). The Behavior of Tutoring Systems. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 16(3):227–265.
- Wolf, B. and McDonald, D. (1984). Building a computer tutor: Design issues. *Computer*, 17(9):61–73.
- Wolf, B. P. (2008). *Building intelligent interactive tutors*, volume 3. Morgan Kaufmann.