

# PAL Tool: uma ferramenta cognitiva para organização e representação de problemas algébricos

Cláudia Gama<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ciência da Computação– Universidade Federal da Bahia (UFBA)  
Av. Adhemar de Barros s/n, Ondina– CEP: 40.170-110 - Salvador - BA – Brazil

claudiag@ufba.br

*Resumo.* Este artigo apresenta uma ferramenta de apoio ao entendimento de problemas algébricos, auxiliando a tradução das situações apresentadas nos problemas em equações lineares. Pesquisas mostram que estudantes têm dificuldades em elaborar equações a partir de problemas que apresentam estórias do tipo “Maria tem cinco anos a mais que sua irmã caçula Marta. Em três anos Marta terá metade da idade de Maria. Qual a idade das irmãs hoje?”. Nestes problemas, os elementos matemáticos estão embutidos na estória e o aluno precisa identificá-los individualmente e estabelecer relações, antes de partir para a busca da solução propriamente dita – a esta etapa é denominada de “tradução” do problema. O PAL Tool funciona como um mecanismo para a aquisição e/ou desenvolvimento de habilidades cognitivas, pois propõe estratégias para auxiliar a tradução de problemas

**Palavras-chave:** ferramenta cognitiva, ambientes interativos de aprendizagem, resolução de problemas, álgebra.

*Abstract.* This paper presents a tool that help students understand and translate algebraic word problems into linear equations. Previous studies report that students experience great difficulty in elaborating equations from word problems, such as, “Mary is five years older than her younger sister Martha. In three years Martha will be half as old as Maria will be then. How old are they now?”. In this type of problem, prior to solving the equations, the student needs to identify the algebraic elements embedded in the story and establish the relationships between them – this phase is called “translation”. The PAL Tool proposes strategies for the this phase, working as a mechanism for acquiring and developing students’ cognitive abilities in algebra.

**Key words:** cognitive tool, interactive learning environment, problem solving, álgebra word problems.

## 1. Introdução

Pesquisas em Educação e Psicologia Cognitiva apontam para o fato de que muitos estudantes (crianças e, até mesmo, adultos) têm dificuldades em resolver problemas matemáticos que são apresentados na forma de histórias, contendo relações matemáticas entre os elementos ou personagens (Mayer & Hegarty 1996). O processo de resolução desse tipo de problema envolve duas etapas distintas que, por sua vez, utilizam habilidades cognitivas diferentes: a primeira etapa, normalmente denominada de tradução, corresponde à transformação do problema escrito em linguagem natural (no nosso caso, o português) para uma notação matemática, usando equações lineares; a segunda etapa corresponde à fase de resolução das equações para a obtenção do resultado numérico do problema.

Heffernan realizou diversos experimentos práticos com alunos do segundo grau e argumenta que a habilidade de formular um modelo matemático (na forma de expressões e equações matemáticas), a partir da situação apresentada no problema é, isoladamente, a habilidade cognitiva mais importante para se ter sucesso na resolução de problemas de álgebra. Ele afirma que, mesmo se um estudante tiver acesso a uma planilha eletrônica ou a uma calculadora gráfica, ele ainda precisará ser capaz de traduzir o problema da linguagem natural para a representação algébrica (Heffernan 2001). Ele desenvolveu Ms. Lindquist, um tutor inteligente, que auxilia na construção de expressões matemáticas, fazendo uso de estratégias como decomposição e substituição, exemplos trabalhados e exemplos concretos (Ms. Lindquist 2003).

Apresentaremos a seguir o PAL Tool (Producing Algebraic Language), uma ferramenta cognitiva que visa auxiliar os alunos na fase de tradução de problemas em linguagem textual para equações lineares. A ferramenta estimula a estratégia de identificação e decomposição do problema nos principais componentes que formarão as equações. Esta abordagem contribui para o entendimento dos tipos de componentes em um problema, bem como ajuda a evidenciar o uso de variáveis e a determinar as relações existentes entre os componentes. O PAL Tool também incorpora mecanismos de ajuda.

Esta ferramenta foi idealizada dentro do contexto de uma pesquisa que investigava o desenvolvimento de habilidades metacognitivas em ambientes interativos de aprendizagem com resolução de problemas matemáticos (Gama 2001). Um ambiente de aprendizagem denominado MIRA foi construído e diversos recursos de apoio à resolução de problemas foram incluídos, como: calculadora, biblioteca de problemas já resolvidos, textos sobre álgebra, glossário de conceitos, etc. Porém, havia necessidade de se ter uma ferramenta que permitisse coletar informações sobre o progresso do aluno no entendimento dos problemas. Surgiu assim, a necessidade de se construir a ferramenta PAL Tool, seguindo idéias oriundas dos trabalhos de Polya (1957), Schoenfeld (1985) e Heffernan (2001) sobre estratégias de resolução de problemas matemáticos.

O ambiente MIRA com a ferramenta PAL Tool foi utilizado por 30 alunos de segundo grau de uma escola pública inglesa e 26 estudantes universitários, cursando o primeiro ano de psicologia e geografia numa universidade inglesa. Na avaliação realizada, os alunos reportaram que a ferramenta PAL Tool foi o recurso mais útil disponível como apoio à resolução dos problemas. Adicionalmente, o PAL Tool incentivou os alunos a refletirem sobre os componentes que formam as equações, o que gerou um novo entendimento do processo de tradução.

## 2. A Resolução de Problemas Algébricos

Tomemos o seguinte problema:

“Em abril Jill plantou 40 rosas em seu jardim. Em maio ela resolve plantar mais flores e planta algumas tulipas e petúnias. Ela plantou duas vezes mais tulipas que rosas e um quarto de petúnias a menos do que tulipas. Quantas flores ela plantou ao todo?”
--

Este é um exemplo típico de um problema algébrico com uma estória, cujos elementos irão compor equações matemáticas a fim de obter-se uma resposta numérica para a pergunta formulada.

Mayer (1999) divide o processo de aprendizado e resolução de problemas matemáticos que são apresentados na forma de histórias em quatro fases básicas:

1. Tradução: refere-se ao processo de entendimento das partes do problema. Nesta fase o aluno transforma cada sentença verbal em uma representação interna própria, que o auxilie na identificação dos diversos componentes básicos do problema. Estes componentes são os objetivos, os valores dados, as incógnitas e as relações;
2. Integração: refere-se ao processo de reorganizar as partes traduzidas numa representação externa coerente. Esta integração pode ocorrer na forma de uma transcrição do problema, selecionando-se somente os elementos básicos, devidamente organizados e com a criação de variáveis mnemônicas que os representem. Esta fase termina quando o aluno organiza tais elementos na forma de equações lineares.
3. Planejamento e monitoramento: o planejamento deve ocorrer entre cada fase, quando o aluno deve estabelecer roteiros de soluções e estratégias para desempenhar a fase subsequente. O monitoramento ocorre ao longo de todo o processo e visa acompanhar a execução de cada fase para verificar se os objetivos traçados estão sendo atingidos.
4. Execução: fase na qual o aluno, tendo definido as equações que representam o problema, efetua os cálculos e procedimentos algébricos e aritméticos necessários para encontrar a solução numérica do problema.

Autores como Alan Schoenfeld e George Polya, unem as duas primeiras fases numa só e a denominam de “Fase de Análise e Entendimento do Problema” ou, simplesmente, de “Fase de Tradução”. Outros pesquisadores chamam estas fases de “Simbolização” (Heffernan 2001). Usaremos sempre o termo “tradução” para nos referirmos às fases (1) e (2) apresentadas acima.

## 2.1 A Tradução de Problemas

Nosso projeto concentra-se na criação de mecanismos e estratégias que auxiliem a tradução do problema, não lidando com questões ligadas às estratégias para a simplificação e execução de equações.

Normalmente problemas algébricos, como o apresentado na Tabela 1, contém relações entre seus elementos. As frases “Ela plantou duas vezes mais tulipas que rosas” e “[ela plantou]... um quarto de petúnias a menos do que tulipas” são exemplos de relações algébricas que podem ser representadas na forma de equações lineares.

Este problema pode então ser resolvido da seguinte forma:

Etapas de Tradução e Integração	<p>Seja <math>r</math> o total de rosas. Sabemos que <math>r = 40</math>.</p> <p>Considere <math>t</math> = total de tulipas Considere <math>p</math> = total de petúnias</p> <p>Assim, o total de flores (<math>f</math>) e': <math>f = t + r + p</math> , onde</p> $r = 40$ $t = 2 * r$ $p = t / 4$
Etapa de resolução	$t = 2 * 40 \Rightarrow t = 80$ $p = 80 / 4 \Rightarrow p = 20$ $f = t + r + p \Rightarrow f = 80 + 40 + 20 \Rightarrow \mathbf{f = 140}$

Uma característica comum a problemas deste tipo é que eles requerem atenção para seu entendimento. O aluno precisa descartar informações desnecessárias, identificar o(s) objetivo(s) do problema e os objetivos intermediários (*sub-goals*), criar variáveis para os componentes básicos identificados (dados e incógnitas) e organizar as relações que envolvem tais componentes, tendo, muitas vezes, que inferir relações implícitas ao problema. Adicionalmente, o aluno pode usar outras estratégias como, lembrar de problemas similares já resolvidos.

## 2.2 Exemplos de outros ambientes para resolução de problemas de Álgebra

A literatura sobre o ensino e aprendizado de álgebra é bastante extensa, devido a relevância deste tópico no currículo de matemática do primeiro e segundo grau. Consequentemente, na área de Informática na Educação existem vários grupos que pesquisam estratégias, métodos e ferramentas, que possam vir a auxiliar no processo de aprendizagem dessa disciplina e alguns ambientes e tutores para o ensino de álgebra já foram desenvolvidos. Abaixo apresentamos exemplos importantes de tais ambientes.

O Pump Algebra Tutor (PAT) - rebatizado de Algebra I Cognitive Tutor e, mais adiante de Algebra II Cognitive Tutor, é um sistema tutor inteligente desenvolvido pelo grupo de pesquisadores do Pittsburgh Advanced Cognitive Tutor (PACT) Center da Universidade de Carnegie Mellon (Koedinger et al. 1997). Este ambiente ajuda a modelar os problemas usando diversas representações externas, como tabelas, gráficos, palavras e equações. Também disponibiliza ferramentas, como calculadora, e recursos de ajuda.

Outro exemplo é o sistema HERON desenvolvido por Reusser (1993) que usa uma representação gráfica na forma “árvores” (no sentido computacional da palavra), para que o aluno reorganize os componentes do problema e gere as equações. Similarmente, o sistema TAPS, desenvolvido por Derry e colegas (Derry & Hawkes 1993), utiliza uma representação gráfica em “árvores”. A diferença é que o TAPS oferece *templates* de possíveis formas de organização do componentes e focaliza na definição de objetivos intermediários, porém o TAPS não enfatiza o uso de variáveis, nem oferece espaço para a elaboração das equações.

Estas e outras pesquisas sugerem que as principais dificuldades enfrentadas pelo estudante se concentram na fase de tradução ou em realizar sub-processos desta fase (Heffernan & Koedinger 1998; Mayer 1999). Mesmo quando os estudantes dominam as operações aritméticas básicas e podem assim manipular equações sem maiores obstáculos, muitos demonstram dificuldades em criar as equações e entender o que elas significam (Derry & Hawkes 1993).

## 3. A ferramenta cognitiva PAL Tool

O PAL Tool faz uso de uma representação na forma de tabelas para organizar os componentes do problema. Ele contém quatro tabelas: tabela de objetivos, de dados, de incógnitas e de relações. Além das tabelas, o PAL Tool apresenta dois recursos de ajuda: o “Show Hint for” (i.e., “mostre uma dica para”) e o “Give Me” (i.e., “forneça-me [um componente]”). A Figura 1 apresenta a ferramenta PAL Tool dentro do ambiente MIRA.

Como a abordagem adotada pelo PAL Tool pode não ser familiar ao aluno, foi elaborado um tutorial que apresenta a estratégia e as funcionalidades do PAL Tool. Um problema exemplo é feito passo-a-passo com o aluno e, somente após completar o tutorial, ele começa a usar o MIRA independentemente.

### 3.1 O funcionamento do PAL Tool

O sistema MIRA seleciona um problema para que o aluno resolva. O aluno lê o problema apresentado e usa o PAL Tool, preenchendo as tabelas com as informações relevantes do problema. Cada linha das tabelas descreve um elemento do problema. O aluno pode acrescentar novas linhas, editar ou excluir informações previamente incluídas. Além disso, qualquer parte de texto do problema pode ser copiada e colada diretamente nas linhas das tabelas, o que pode facilitar o preenchimento das informações. As tabelas podem ser preenchidas em qualquer ordem.

Quando o aluno preenche as tabelas, o PAL Tool é capaz de verificar se as informações dadas pelo aluno sobre os componentes estão corretas ou não. Isto é feito através de um mecanismo de *matching* de palavras-chaves. O mecanismo funciona da seguinte forma:

- (1) Inicialmente, descartamos as palavras de ligação (como “always”, “such”, “that”, etc.) – uma base de dados com uma lista de palavras que normalmente não adicionam valor a sentenças foi elaborada a partir da Bow Library (McCallu, 1996);
- (2) Depois, usamos um algoritmo chamado Porter Stemmer (Porter 1980), que retira o sufixo das palavras e gera seu radical (ex: connected ou connecting = connect);
- (3) Finalmente os radicais são comparados com os radicais de palavras-chaves associadas a cada um dos componentes do problema, que estão armazenadas em arquivos XML. Para cada componente existe uma combinação de palavras que o descreve. Vários sinônimos são fornecidos para cada palavra (ex: sum, total, whole).

O PAL Tool verifica que porcentagem da descrição do componente o aluno acerta (pelo número de palavras corretas encontradas), gerando assim um julgamento do seu entendimento daquele componente. Na versão atual, esta verificação é usada somente para pontuar o desempenho do aluno ao terminar o problema e não fornece um *feedback* imediato para o aluno durante a tradução.

Abaixo apresentamos uma descrição das tabelas e recursos de ajuda do PAL Tool.

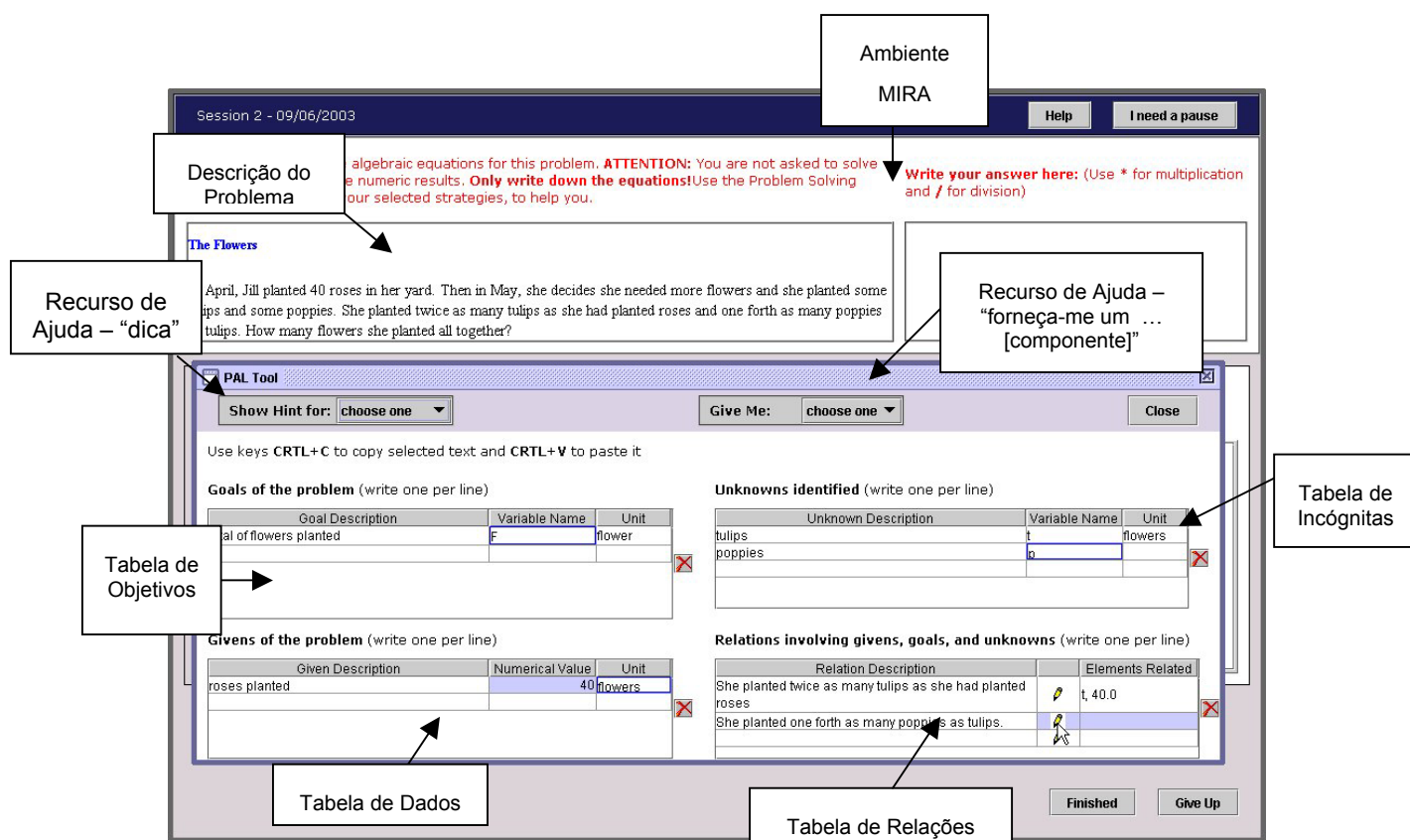


Figura 1: Ambiente MIRA na fase de resolução de problemas com o PAL Tool.

As tabelas:

1. Tabela de Objetivos (Goal Description Table): aqui cada objetivo do problema é inserido em uma linha, sendo necessário incluir uma descrição do objetivo, criar um nome de variável que represente o objetivo e explicitar a unidade métrica usada (ex: kg, horas, etc.). Ao ter que escolher um nome para a

variável o aluno é convidado a perceber que ele precisa criar um identificador que represente tal objetivo. Assim, o conceito de variável vai sendo exercitado.

Por exemplo, no problema da Tabela 1, no enunciado temos “Quantas flores ela plantou ao todo?”. Assim, na coluna descrição do objetivo o aluno poderia incluir algo do tipo: “total de flores”; ele poderia escolher como nome de variável a letra “f” e, para a unidade, ele deveria colocar “flores”.

2. Tabela de Dados (Given Description Table): nessa tabela o aluno insere um texto descrevendo cada dado que ele identificou com valor associado já fornecido no problema. Em seguida, fixa o valor (que já deve estar explícito na definição do problema) e a unidade nos respectivos campos da tabela.

Por exemplo, no problema acima é dado que “Jill plantou 40 rosas no jardim”, a descrição do dado poderia ser “Quantidade de rosas”; o valor seria “40” e a unidade poderia ser “flores”.

3. Tabela de Incógnitas (Unknown Description Table): da mesma forma que na tabela de objetivos, nesta tabela o aluno insere uma descrição da incógnita identificada no problema e cria um nome de variável para identificá-la. Ele também deve atribuir uma unidade a esta variável.

No problema temos que “Jill plantou duas vezes mais tulipas que rosas no jardim”, a descrição da incógnita poderia ser “Quantidade de tulipas”; a variável poderia ser “t” e a unidade “flores”.

4. Tabela de Relações (Relation description Table): Os dados, incógnitas e objetivos estão normalmente relacionados entre si. Parte do processo de tradução envolve reconhecer esses relacionamentos nas sentenças do texto e identificar quais elementos estão relacionados em qual sentença. Na coluna chamada “*relation description*” o aluno pode escrever uma sentença que represente um relacionamento ou pode copiar e colar sentenças direto da descrição do problema. A coluna do meio da tabela tem um botão (com o ícone de um lápis). Quando o aluno seleciona este botão o PAL Tool apresenta a uma lista com todos os nomes de variáveis e valores definidos anteriormente pelo próprio aluno nas outras tabelas (dados, objetivos e incógnitas). Ele deve, então, selecionar desta lista todos os elementos que estão envolvidos na relação descrita ao lado.

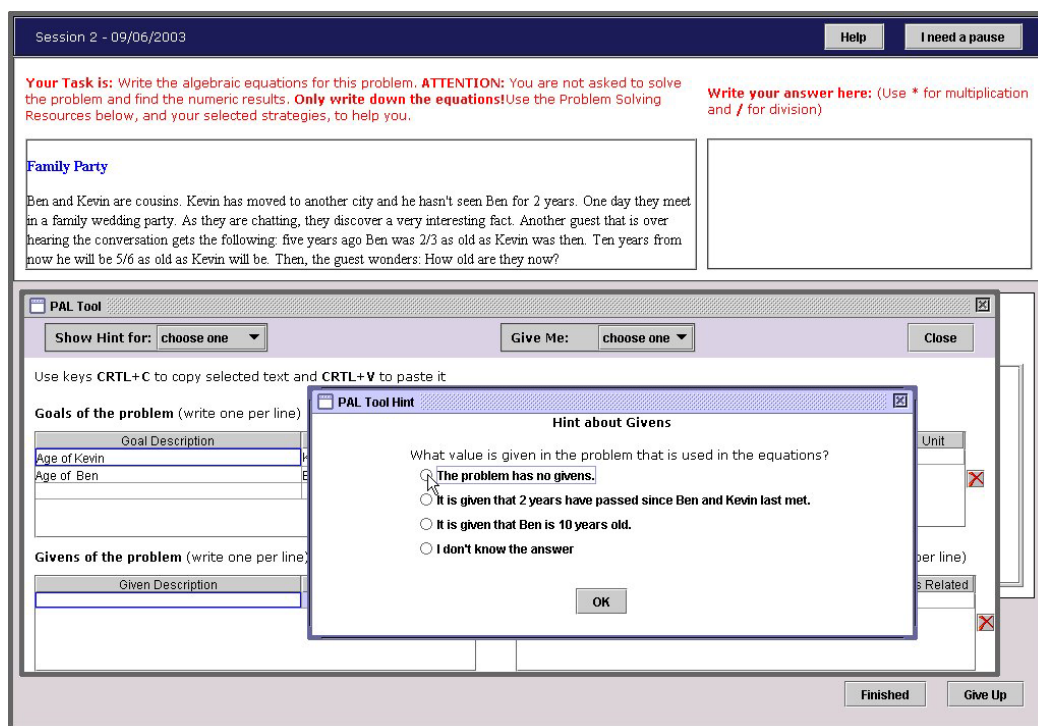
No problema, temos que “Jill plantou duas vezes mais tulipas que rosas no jardim”, esta sentença pode ser a própria descrição da relação e a variável e valor a serem selecionados da lista (utilizando os exemplos citados nas outras tabelas) seriam “40” e “t”, referentes à quantidade de rosas e de tulipas, respectivamente. Depois de selecionar as variáveis ou valores, esta informação aparece na coluna “*elements related*”.

Seguindo os passos acima, o aluno estará identificando os elementos que irão compor cada equação e terá concluído assim o processo de tradução.

Além disso, o PAL Tool contém duas características que ajudam o aluno a encontrar os componentes e a preencher as tabelas, caso ele tenha dificuldade nessas atividades. São elas:

1. O “Show Hint for”: este recurso apresenta questões de múltipla escolha que ajudam o aluno a identificar os objetivos, dados, incógnitas ou relações do problema (Figura 2). Existem quatro possíveis respostas: uma correta, duas incorretas e uma opção caso o aluno não saiba a resposta. As respostas incorretas foram criadas com o auxílio de um professor de matemática e representam enganos comuns ou noções errôneas normalmente apresentadas sobre problemas algébricos.

2. O “Give Me”: o PAL Tool não estará atingindo seu objetivo se acontecer de o aluno sentir-se estagnado num problema, sem conseguir dar continuidade à construção da representação do mesmo. Isto pode acontecer ou por ele não ter dominado completamente abordagem usada ou por dificuldades em algum aspecto da tradução daquele problema específico. Assim sendo, este recurso foi elaborado para ajudar aqueles alunos que não souberem, por exemplo, o que poderiam colocar na coluna “*variable name*” para determinada variável.



**Figura 2: Recurso de ajuda do tipo dica (Hint) do PAL Tool – na figura esta sendo exibida a dica para os dados (givens) do problema**

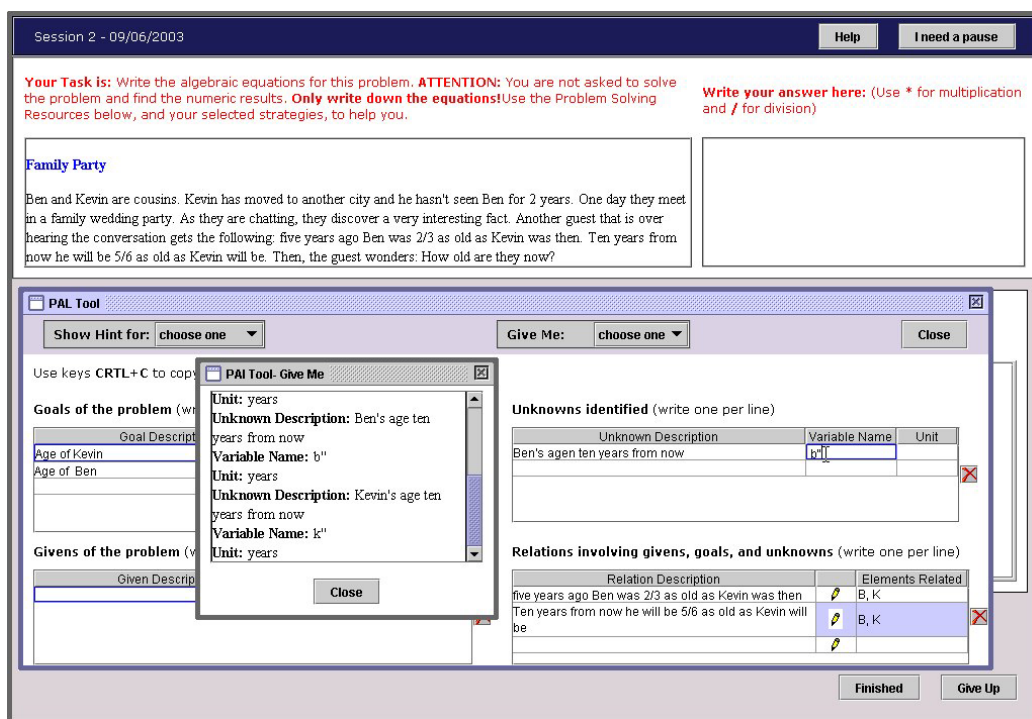
Ou, em outro caso, se o aluno não estiver seguro da sua resposta e precisar de uma confirmação. Por outro lado, para que não haja um uso excessivo desta característica (o aluno consultá-la para todos os componentes, por exemplo), o “Give Me” apresenta a informação de somente um componente por problema. Assim, se o aluno escolher um segundo componente, ele verá uma mensagem dizendo que um outro componente já foi visto anteriormente e que, portanto, ele não poderá visualizar um segundo. Isto leva o aluno a refletir qual o componente que ele está tendo mais dificuldades em identificar ou qual o componente que ele realmente precisa obter maiores informações.

A informação fornecida pelo “Give Me” inclui descrição de todas as instâncias do componente e sugestões de nomes de variáveis: se o aluno pede para ver quais são as “incógnitas” do problema, por exemplo, ele verá todas as incógnitas possíveis para aquele problema. Ele poderá então completar a tabela de incógnitas com a informação fornecida (como mostra a Figura 3).

#### 4. Descrição do experimento realizado

Foi realizado um experimento com 30 alunos da 7ª. serie do segundo grau de uma escola pública inglesa e com 26 alunos do primeiro ano de graduação dos cursos de psicologia e geografia da University of Sussex, na Inglaterra. Eles usaram o ambiente de aprendizado MIRA, contendo problemas de álgebra selecionados e adaptados para seus respectivos níveis escolares por um professor de matemática. Os alunos interagiram com o sistema MIRA e a ferramenta PAL Tool em 3 sessões de 40 minutos cada (em média).

As interações com o sistema foram registradas em logs eletrônicos e os alunos realizaram pré e pós testes (somente os alunos universitários), os quais mediram seus conhecimentos em álgebra e habilidades de monitoramento de conhecimento (Tobias & Everson, 2002). Também foram realizadas entrevistas ao final de cada sessão (somente com os alunos universitários).



**Figura 3: Recurso de ajuda que fornece todas as informações de um determinado tipo de componente (Give Me) – na figura esta sendo exibidos todos as incógnitas do problema (unknowns).**

O objetivo desse experimento era investigar a hipótese de que o uso de uma abordagem de reflexão sobre os processos metacognitivos em ambientes de ensino/aprendizagem baseados em computador promove o desenvolvimento das capacidades do estudante em reconhecer, avaliar e (re)direcionar seus processos de aprendizado e solução de problemas (Gama, 2003). Um resultado secundário da pesquisa, não previamente planejado, foi a avaliação positiva que o PAL Tool recebeu dos participantes. A análise das entrevistas e das respostas ao formulário de avaliação mostra que ele foi considerado o recurso mais importante como apoio a resolução de problemas. Mesmo o grupo de controle, que não recebeu as atividades reflexivas, mas que também usou o PAL Tool, demonstrou um bom nível de desempenho e, nas entrevistas, a maioria dos participantes apontaram o PAL Tool como importante para o entendimento do problema. O trecho de entrevista abaixo de um dos participantes (do grupo experimental) exemplifica as opiniões coletadas:

*“[...] for me the temptation was to go quite quickly over the maths problems and in doing that I make mistakes, but this system makes me go much slower. I really read the questions more and I broke it into sections about who was doing what and who the relations were between. The PAL Tool helped me in understanding the parts of the problem [...]”*

Embora os resultados deste experimento tenham mostrado o PAL Tool como uma ferramenta promissora, também foram observados alguns problemas. Um deles é que a ferramenta, como ela está implementada hoje, não é eficiente para auxiliar o aluno a resolver problemas que contêm relações implícitas ou de maior complexidade. Imaginamos que isso ocorre porque neste tipo de problema é necessário criar estratégias mais elaboradas para rearrumar as informações fornecidas no enunciado do problema, não bastando a aplicação de estratégias de identificação no texto das sentenças que representam relações para inseri-las no PAL Tool. Vemos então que o PAL Tool merece uma investigação mais aprofundada.



## 4. Trabalhos Futuros e Conclusão

Os resultados iniciais nos motivaram a investigar mais profundamente as estratégias de apoio ao processo de tradução, buscando estender o uso do PAL Tool. Uma nova versão está sendo definida e deverá ser utilizada e testada por estudantes brasileiros. As funcionalidades existentes estão sendo avaliadas isoladamente do restante do sistema MIRA e está prevista a definição de novas funcionalidades tanto na parte educacional como tecnológica para nova versão.

O objetivo é fazer com que o aluno comece a refletir durante a tradução do problema em coisas do tipo: “Como estou indo? Como está minha descrição dos componentes? Preciso rever algo? Estou entendendo a relação entre os componentes?”. Para isso pretendemos incluir um mecanismo de visualização do progresso do aluno na medida em que ele vai preenchendo as tabelas do PAL Tool ou usando as funções de ajuda. Estamos elaborando uma representação visual simples, do tipo barras de progresso, que serão atualizadas de tempos em tempos. Dessa forma, busca-se incentivar o monitoramento e a revisão dos passos intermediários do processo de tradução.

O grau de entendimento dos componentes do problema será quantificado e passado como feedback para o aluno. Planejamos usar critérios de pesos e importâncias de itens (ex.: identificar uma relação implícita no problema requer do aluno um nível entendimento maior sobre o conceito de relações do que entender uma relação explícita, etc.). Este recurso de avaliação do entendimento utilizara o algoritmo de matching utilizado atualmente. Porém, com a tradução do PAL Tool para a língua portuguesa, um novo algoritmo do mesmo estilo que o Porter Stemmer e uma nova biblioteca de palavras terão que ser re-implementados para o Português.

Outras funcionalidades que estão sendo contempladas são:

- A criação de mensagens (*prompts*) que auxiliem o aluno a usar corretamente o PAL Tool.
- A criação de dicas sobre as estratégias que podem ser usadas na tradução dos problemas (uso de variáveis, uso de problemas resolvidos anteriormente, eliminação de informações desnecessárias presentes na descrição do problema, etc.).

Para os “*Hints*” seria desejável a presença múltiplos níveis de auxílio, de maneira que, a cada requisição de ajuda para determinado componente, informações mais detalhadas sobre o mesmo sejam fornecidas. Sendo assim, será necessário organizar uma hierarquia de dicas para cada componente.

Finalmente, foi constatado no experimento que o PAL Tool não ajuda os alunos mais fracos a entenderem que o próximo passo, após preencher as tabelas e identificar as relações, seria usar os componentes identificados para criar as equações. Esses alunos, por vezes, preenchem as tabelas do PAL Tool de forma correta, mas esquecem de usar este conhecimento quando vai elaborar as equações. A criação de mais uma etapa está sendo definida no PAL Tool. Ela fará a ligação entre a representação do PAL Tool e as equações que devem ser elaboradas.

Nosso primeiro passo será o de traduzir o PAL Tool para o português e criar o recurso de apoio ao monitoramento do processo de tradução de problemas, possibilitando que o estudante avalie seu desempenho no uso do PAL Tool. Dessa forma pretendemos incentivar a auto-regulação da compreensão dos conceitos algébricos envolvidos na tradução de problemas.

## 5. Bibliografia

- Derry, S. J. and Hawkes, L. W. (1993) “Local Cognitive Modeling of Problem-solving Behavior: An Application of Fuzzy Theory”, In: Computers as Cognitive Tools Vol. 1, Edited by S. P. Lajoie and S. J. Derry. Hillsdale, New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates, Inc, pp. 107-140.
- Gama, C. (2001). “Helping students to help themselves: a pilot experiment on the ways of increasing metacognitive awareness in problem solving”, In: Proceedings of the International Conference on New Technologies in Science Education. Aveiro, Portugal.

- Gama, C. (2002) "A tool for helping the translation of math word problems into math expressions: Description of an Exploratory Pilot Study", In: 6TH Human Centred Technology Postgraduate Workshop: Tools for thought: communicating and learning through digital technology, University of Sussex, September, Brighton.
- Gama, C. (2003) "Criação de modelo metacognitivo para sistemas interativos de aprendizagem", In: Anais do VI Congresso Nacional de Psicologia Escolar e Educacional - CONPE 2003. Salvador, Bahia.
- Heffernan, N. T (2001) "Intelligent Tutoring Systems are Forgotten the Tutor: Adding a Cognitive Model of Human Tutors", Doctoral Dissertation. Computer Science Department, School of Computer Science, Carnegie Mellon University.
- Heffernan, N. T. and Koedinger, K. R. (1998) "A developmental model for algebra symbolization: The results of a difficulty factors assessment", In: Proceedings of the Twentieth Annual Conference of the Cognitive Science Society. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, , pp. 484-489.
- Koedinger, K. R., Anderson, J. R., Hadley, W. H. & Mark, M. (1997). "Intelligent tutoring goes to school in the big city", In: International Journal of Artificial Intelligence in Education, 8, pp. 30-43.
- Mayer, R. E. (1999) "The promise of Educational Psychology: Learning in the Content Areas", Chapter 5: Mathematics. Upper Saddle River, N.J., Merrill.
- Mayer, R. E. and Hegarty, M. (1996) "The Process of Understanding Mathematical Problems", In: The Nature of Mathematical Thinking. Edited by RJ Sternberg and T. Ben-Zeev. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- McCallum, A. K. (1996) "Bow: A toolkit for statistical language modeling, text retrieval, classification and clustering", <http://www.cs.cmu.edu/~mccallum/bow>, Setembro, 2003.
- Ms. Lindquist: The Tutor (2003), <http://www.algebratutor.org/>, Setembro, 2003.
- Polya, G. How to solve it: a new aspect of mathematical method. Princeton University Press. Second edition, 1957.
- Porter, M. F. (1980) "An algorithm for suffix stripping, Automated Library and Informations Systems", Vol. 14, no. 3, pp 130-137, <http://www.tartarus.org/~martin/PorterStemmer/def.txt>, Setembro, 2003.
- Reusser, K. (1993) "Tutoring Systems and Pedagogical Theory: Representational Tools for Understanding, Planning, and Reflection in Problem Solving", In: Computers as Cognitive Tools. Vol. 1, Edited by S. P. Lajoie and S. J. Derry. Hillsdale, New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates, Inc, pp. 143-177.
- Schoenfeld, A. H. , Mathematical Problem Solving. New York: Academic Press, 1985
- Tobias, S. and Everson, H. T. (2002). "Knowing what you know and what you don't: Further Research on Metacognitive Knowledge Monitoring". The College Board Research Report No. 2002-3.