



Praticando Geometria Espacial com Vistas

¹Taís Aline Bruno de Azevedo, ¹Marcus Vinícius de Azevedo Basso, ²Evandro

Manara Miletto

¹Instituto de Matemática – Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)
Caixa Postal 15.064 – 91.501-970 – Porto Alegre – RS – Brazil

²Instituto de Informática – Universidade Federal de Educação Ciência e Tecnologia do
Rio Grande do Sul (IFRS) – Porto Alegre – RS – Brazil

taetirs@yahoo.com.br, mbasso@ufrgs.br, evandro.miletto@poa.ifrs.edu.br

Praticando Geometria Espacial com Vistas

Abstract. *This article aims to show the tool View, that was created and developed in conjunction with an instructional sequence for teaching spatial geometry through activities that involve two-dimensional and three-dimensional geometric visualization. View helps the user to exercise the activities object location in space, one of the topics where the student of geometry find more difficult. For its development, studies have been conducted on the space representation of Jean Piaget and the theories of geometric development by Van Hiele. Both were taken as the basis for the development of this instructional sequence that was tested with students from elementary school.*

Resumo. *Este artigo tem como objetivo apresentar a ferramenta Vistas, que foi criada e desenvolvida juntamente com uma sequência didática para o ensino de geometria espacial através de atividades que envolvem visualizações geométricas bidimensionais e tridimensionais. Vistas auxilia o usuário a exercitar atividades de localização do objeto no espaço, um dos tópicos em que o estudante de geometria encontra mais dificuldade. Para o seu desenvolvimento, foram realizados estudos sobre a representação no espaço de Jean Piaget e as teorias de desenvolvimento geométrico de Van Hiele. Ambas foram tomadas como base para o desenvolvimento dessa sequência didática que foi testada com estudantes do Ensino Fundamental.*

Introdução

O conhecimento de Geometria Espacial é essencial para resolução de problemas práticos do cotidiano, bem como, para desenvolver a capacidade de abstração, estimar e comparar resultados e reconhecer propriedades das formas geométricas [Brasil 2006]. Entretanto, a realidade vivenciada nas escolas revela uma lentidão na relação conteúdo e realidade, especificamente com respeito à geometria, uma das áreas da Matemática em que a maioria dos estudantes apresenta deficiência e dificuldade no aprendizado. Este é um problema que abrange também cursos superiores, em particular no curso de Matemática da UFRGS, onde os alunos demonstram dificuldade de compreensão ou realização de atividades que envolvam a noção de forma e espaço relacionada com visualização espacial, já relatado por Gravina [Gravina 1996]:

Aos alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS é oferecido como obrigatório, no primeiro ano, uma disciplina de Geometria Plana e Espacial. Constata-se nesta disciplina que os alunos chegam à universidade sem terem atingido os níveis mentais da dedução e do rigor. Raciocínio dedutivo, métodos e generalizações - processos característicos e fundamentais da Geometria - os alunos pouco dominam. Até mesmo apresentam pouca compreensão dos objetos geométricos, confundindo propriedades do desenho com propriedades do objeto [Gravina 1996].

Hoje, devido a essas dificuldades no ensino e aprendizagem da geometria, alguns professores e pesquisadores se dedicam à reflexão, elaboração, implementação e avaliação de atividades dessa área, buscando superar eventuais deficiências de abordagem encontradas na escola básica. Os Parâmetros Curriculares Nacionais [1997] tratam da Geometria como parte essencial e importante no Ensino Fundamental:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente [SEF 1997, p. 51].

Numa tentativa de tornar o ensino da Geometria mais atrativo e significativo para o aluno, o objeto de aprendizagem Vistas foi desenvolvido juntamente com uma sequência didática que aponta alternativas para a aplicabilidade desse conteúdo em sala de aula. O Vistas possibilita ao aluno interagir com objetos e compreender melhor a noção da sua representação no espaço.

Este artigo tem por objetivo apresentar o objeto de aprendizagem Vistas, que em conjunto com uma sequência elaborada de acordo com o aprendizado de geometria pelo homem, visa contribuir para: a) identificar as vistas do objeto; b) observar e identificar os objetos através da conservação de sua imagem; c) reproduzir mentalmente os objetos através de suas vistas; d) observar e planificar os objetos através de suas vistas; e e) através de suas vistas, identificar a localização dos objetos no espaço. Além desta introdução, o artigo está estruturado com um referencial teórico apresentado na seção 2. A metodologia utilizada é descrita na seção 3 e a apresentação do Objeto Aprendizagem na seção 4. Os testes realizados e resultados preliminares são descritos na seção 5 e, por fim, na seção 6, as considerações finais.

2. Referencial teórico

O desenvolvimento do Vistas tem como base teórica a Representação do Espaço de Jean Piaget [Piaget 1993], assim como o estudo sobre a teoria do casal Van Hiele sobre o Desenvolvimento Geométrico. Também foi realizado um estudo na dissertação de mestrado de Becker – Uma alternativa para o ensino da geometria: visualização geométrica e representações de sólidos no plano [Becker 2009].

2.1. Piaget e a representação do espaço

Um dos objetivos dos estudos do biólogo Jean Piaget é o de estudar o desenvolvimento humano e sua formação mental e ele inclui em sua obra, estudos sobre como se dá a representação da noção de espaço pelo homem.

De acordo com Piaget “o estudo do desenvolvimento do espaço é que toda a investigação psicológica é suscetível à aplicação prática. O ensino da geometria ganha muito ao adaptar-se à evolução espontânea, ainda que possamos pressenti-lo”. [Piaget 1993, p. 12]. Segundo o autor, este desenvolvimento mental está dividido em três etapas: o período sensório – motor, o período pré-operatório e o período operatório [Piaget 1993, p. 19]. Resumidamente, estes estágios se iniciam na infância (absorção de conhecimento através de ações sensoriais) e vai se desenvolvendo com o tempo (início do raciocínio intuitivo com objetos e coordenação de ações) até a adolescência (lógica interna consistente, raciocínio lógico e sistemático, raciocínio abstrato e pensamento sobre ideias abstratas).

Para o desenvolvimento da noção de espaço e sua representação existem três estágios: incapacidade sintética, realismo intelectual e realismo visual.

A Incapacidade Sintética se dá entre 3 a 4 anos de idade. Neste estágio a criança está mais preocupada em representar os objetos de forma diferenciada, não integrando o conjunto de forma coerente, abstendo-se aos detalhes de que tem importância para ela naquele momento, exagerando ou omitindo partes, representando o seu ponto de vista, relacionando tudo a si. É nesse estágio que a criança começa a construir as relações topológicas entre as formas, preocupando apenas com as partes gerais dos objetos como: a) Vizinhança, que corresponde à proximidade dos elementos percebidos num mesmo campo visual; b) Separação, que depende de uma percepção analítica, dado que consiste em dissociar elementos vizinhos que podem fazer com que a criança se confunda por possuir muitas características semelhantes; c) Ordem, ou sucessão espacial, que estabelece uma sequência para elementos separados arranjados de maneira constante; d) Envolvimento que faz perceber a existência de elementos entre os outros; e e) Continuidade, que faz com que o campo perceptivo evolua para a construção de um campo espacial contínuo. Já no realismo intelectual, a criança está interessada em representar do objeto, não só o que vê, mas tudo o que “ali existe”, dando a cada objeto a sua forma exemplar e para melhor evidenciar a forma dos objetos, a criança mistura vários pontos de vista, representando todos num mesmo desenho, simultaneamente. Conforme Piaget (1993) é nesse estágio que a criança inicia a construção paralela de relações (perspectiva com projeções e secções) e as construções Euclidianas (proporções e distâncias) para representar o espaço.

No Realismo Visual a criança abandona as estratégias utilizadas no estágio anterior, representando apenas os elementos visíveis do objeto. O rebatimento e as mudanças de ponto de vista se coordenam dando início à perspectiva. Os objetos

passam a ser representados de acordo com essa nova construção, a perspectiva, e os detalhes agora têm por finalidade particularizar as formas que antes eram genéricas. Encerra-se aqui, a construção das relações projetivas e Euclidianas para representar o espaço e esses dois sistemas se desenvolvem apoiando-se um no outro. Há, portanto, um aprimoramento do sistema do desenho construído no estágio do realismo intelectual. Em suma, é no momento em que o sujeito começa a situar os objetos no espaço e suas configurações, uns em relações aos outros é quando se dá a noção projetiva. Os objetos passam a ser considerados através de um ponto de vista, e as configurações são necessárias para desenvolver a capacidade de coordenar diversos pontos de vista, incluindo os que não são próprios do observador.

Também conforme Piaget (1993, página 471) a percepção e a representação do espaço perceptivo são construídas muito mais rapidamente do que o espaço representativo, isso acontece devido à percepção ser constituída em contato direto com o objeto, à medida que, a imagem intervém em sua ausência.

2.2. Van Hiele e a aprendizagem da geometria

Esta teoria iniciou-se através de uma pesquisa realizada por um casal de professores holandeses Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele através da investigação do desenvolvimento do pensamento geométrico, no qual, em 1959 foram publicados seus primeiros resultados.

O Modelo de Van Hiele [Apud Becker, 2009] sobre o pensamento geométrico consiste em cinco níveis de compreensão, chamados: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. Segundo este modelo, os alunos progredem hierarquicamente através dessa sequência de níveis, daí a necessidade do professor conhecer previamente em qual nível de desenvolvimento o aluno se encontra, e ou realizar uma sequência didática na qual siga esta hierarquia de conhecimento.

De acordo com Van Hiele [Apud Becker, 2009, p. 24] estes níveis descrevem as características do processo do pensamento, no qual será mostrada uma sinopse de cada um deles: a) Nível 1: Visualização e Reconhecimento: os alunos têm seu primeiro contato com as figuras geométricas, que se dá de forma visual; b) Nível 2: Análise: os alunos reconhecem e podem caracterizar as figuras geométricas por suas propriedades a partir de atividades empíricas; c) Nível 3: Dedução Informal ou Classificação: os alunos já entendem definições abstratas, distinguem condições necessárias e suficientes num conceito; d) Nível 4: Dedução formal: o aluno chega nesse nível quando é capaz de trabalhar com características de relações intrínsecas; e e) Nível 5: Rigor: nesse nível, os alunos desenvolvem o rigor matemático. Podem formalmente manipular indicações geométricas como axiomas, definições e teoremas.

Para o aluno obter êxito no desenvolvimento geométrico relativo a um determinado assunto em geometria e em cada nível de compreensão, o casal Van Hiele criou um roteiro quanto à metodologia a ser aplicada pelo professor. Segundo Kaleff (1994) e Becker (2009) esta teoria consiste em que a aprendizagem da geometria se faz passando por níveis graduais de pensamento, colocando-se como guia para a aprendizagem e para a avaliação das habilidades dos alunos em geometria. Estes níveis não estão associados à idade, e têm as seguintes propriedades representadas: 1) Sequencial: Não se pode alcançar o nível n sem haver passado pelo nível anterior $n-1$, ou seja, o progresso dos alunos através dos níveis é invariante; 2) Avanço: um aluno

não pode estar em um nível, sem ter dominado todos os níveis anteriores; 3) Intrínseco e extrínseco: Em cada nível de pensamento, o que era implícito, no nível seguinte volta explícito; 4) Linguística: Cada nível tem sua linguagem própria utilizada (símbolos linguísticos) e respectiva significância dos conteúdos (conexão destes símbolos com algum significado);

Segundo Van Hiele [apud Kaleff, 1994] a proposta de ensino deve seguir cinco fases de aprendizagem, essa sequência favorece a obtenção de um nível de pensamento no determinado conteúdo e ou conceito geométrico conforme a síntese a seguir: a) Fase 1 – Questionamento ou Informação: esta fase é quando o professor estabelece um diálogo com os alunos, expondo o material que vai ser utilizado; b) Fase 2 – Orientação Direta: esta fase é quando o aluno inicia o processo de exploração do assunto de geometria que está sendo estudado, através de materiais cuidadosamente selecionados que o levarão a se familiarizar gradualmente com as estruturas e características deste nível; c) Fase 3 – Explicitação: esta fase é dada com base nas experiências anteriores do aluno, ampliando e refinando a sua linguagem, nesta fase o aluno começa a expressar suas opiniões a respeito das estruturas que observaram; d) Fase 4 – Orientação livre: nesta fase as atividades devem apresentar mais etapas, possibilitando ao aluno resolver de várias maneiras diferentes, porém chegando ao resultado proposto; e e) Fase 5 – Integração: nesta o aluno contextualiza o conhecimento adquirido, é a fase da revisão e síntese do que foi estudado, estabelecendo uma integração entre os objetos e a relação com a consequência da unificação e internalização do pensamento.

Ao final dessas cinco fases, os alunos devem ter atingido um novo nível de pensamento, tornando-se aptos a realizar as atividades de aprendizagem do próximo nível. Para Van Hiele [Apud Kaleff, 1994] o avanço de um nível para outro não se dá de forma natural, o professor é o intermediador deste desenvolvimento, através de um ensino adequado e sequencial.

2.3. Visão de Gutiérrez sobre as habilidades espaciais através da Teoria de Van Hiele

Com base na teoria de Van Hiele sobre a geometria espacial, Gutiérrez (1992) dividiu o problema do aprendizado em duas partes: a aquisição das habilidades espaciais e o entendimento das relações entre os conceitos geométricos.

Gutiérrez (1992) afirma que o fundamental para se trabalhar a geometria espacial é conseguir visualizar em sua mente o que ocorre. Essa capacidade que temos e devemos desenvolver, é básica no aprendizado deste campo de conhecimento. Quem tiver dificuldades em visualizar os objetos em suas várias formas e o que ocorrem com eles, terá dificuldades em entender os livros didáticos, que por terem representação plana, exigem que a pessoa tenha que representar em sua mente esses objetos espacialmente. Del Grande [1990, apud Gutiérrez, 1991] especificou habilidades importantes que o indivíduo deve ter para auxiliar a representação espacial, num contexto mais amplo que o da Geometria. São eles: a) Coordenação motriz dos olhos: é a habilidade de observar e seguir com os olhos o movimento dos objetos de maneira ágil e eficaz; b) Identificação visual: é a habilidade de reconhecer uma figura desligada de seu contexto; c) Conservação da percepção: é a habilidade de reconhecer que um objeto mantém sua forma mesmo que girado, ocultado ou que deixe de vê-lo; d) Reconhecimento de posições no espaço: é a habilidade de relacionar posições de um objeto de acordo com um referencial; e) Reconhecimento de figuras espaciais: é a

habilidade que permite reconhecer as formas e suas características; f) Determinação visual: é a habilidade que permite identificar semelhanças e diferenças entre os objetos; e g) Memória visual: é a habilidade de recordar características visuais e posicionais quando um objeto é girado ou ocultado, parcialmente ou não.

3. Metodologia

Procuramos selecionar as atividades de acordo com os níveis de desenvolvimento de Van Hiele e com suas habilidades. As atividades foram montadas de acordo com o fluxograma mostrado na figura 1 logo a seguir.

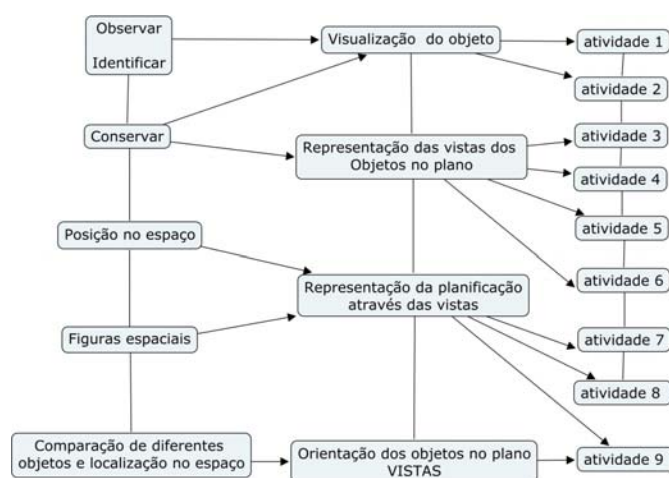


Figura 1. Fluxograma

Foram realizadas nove atividades em uma escola Municipal de Porto Alegre de ensino fundamental, em duas turmas de mesmo nível, com a participação de 10 alunos em cada turma.

Este projeto ocorreu em três encontros, sendo que nos dois primeiros foram aplicadas atividades de materiais manipuláveis e desenhos no papel, utilizando figuras e objetos geométricos. No terceiro encontro ocorreu a aplicação do objeto VISTAS, tema principal deste artigo, que foi realizado no laboratório de informática. Na primeira turma o objeto VISTAS foi realizado sem a sequência didática e os alunos não conseguiram realizar a atividade com êxito, já na segunda turma foi aplicada esta sequência e o trabalho foi completado com sucesso.

Os resultados foram analisados de acordo com os erros obtidos, perguntas realizadas pelos alunos durante a realização das atividades e também através de suas facilidades na realização dos mesmos.

4. Conhecendo Vistas

A ferramenta VISTAS está subdividida em três partes: planificações, vista épura e vista superior. Estas atividades foram criadas em Flash podendo ser acessadas no seguinte endereço eletrônico: <http://mdmat.mat.ufrgs.br/repositorio/vistas> (acessado em agosto de 2011). Foram atividades criadas juntamente com os acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática, Vinicius Cardoso, Tamiris Duarte Carpin e Gabriel Wolf Flores.

As atividades estão distribuídas da seguinte forma, explicadas apenas sinteticamente:

a) Planificações – atividades com planificações de dados no qual o aluno deve somar sete em suas faces opostas, como podemos demonstrar na figura 2.

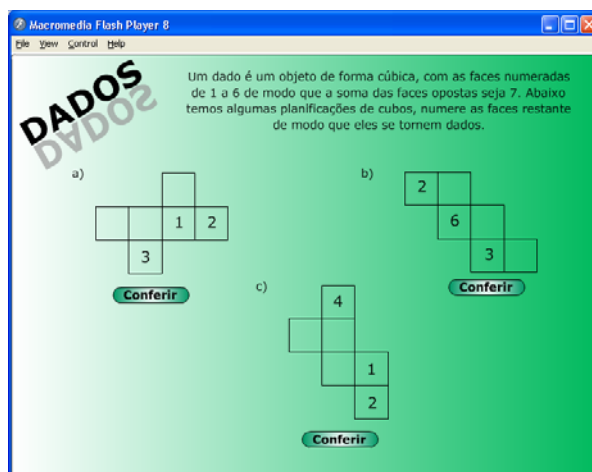


Figura 2. Dados

Esta é a atividade onde o objetivo é a conservação da imagem do objeto planejado e o aluno deve tentar reproduzi-lo mentalmente.

b) Vista Épura – atividade na qual o aluno deve localizar o objeto através das projeções de suas formas. A atividade de Vista Épura é dividida em cinco desafios aumentando o grau de dificuldade para cada nível que o aluno percorre, representada na figura 3.

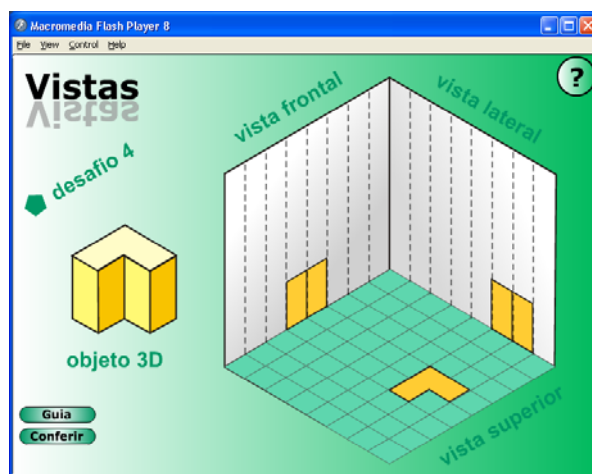


Figura 3. Vista em Épura

Esta atividade tem como objetivo mostrar em uma visualização 3D e os rebatimentos das vistas dos objetos, em geral, são objetos de formas mais regulares de fácil relação.

c) Vista Superior – Atividade onde o aluno deve localizar e organizar os objetos em um cômodo através da visão de duas de suas vistas. A atividade de Vista Superior é dividida em cinco desafios aumentando o grau de dificuldade para cada nível que o aluno

percorre. A manipulação do objeto é intuitiva e bastante dinâmica, como podemos observar na figura 4.

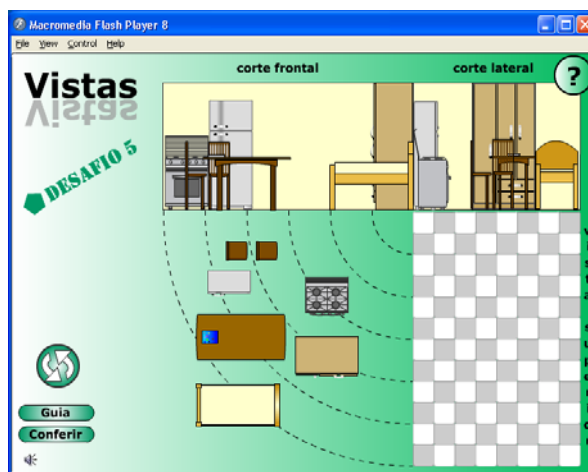


Figura 4. Vista superior

Esta atividade tem como objetivo a noção de localização dos objetos no espaço através de sua vista superior. Segundo Gutiérrez (1992) é na fase 4 de Van Hiele que ocorre a habilidade do reconhecimento de figuras espaciais, que permitem reconhecer as formas e suas características.

5. Testes e resultados preliminares

Em todas as atividades foram coletados materiais para as análises posteriores, assim como também foi realizado registro de perguntas e comentários dos alunos para futura contribuição de modificações do VISTAS, pois um dos objetivos é tornar atrativo o ensino da geometria e não cansativo. Cury (2008) tratando desse tema, afirma que:

Na análise das respostas dos alunos, o importante não é o acerto ou o erro em si – que são pontuados em uma prova de avaliação da aprendizagem –, mas as formas de se apropriar de um determinado conhecimento, que emergem na produção escrita e que podem evidenciar dificuldades de aprendizagem. (Cury, 2008 p. 63)

No objeto Dados, a priori, os alunos não conseguiram entender o que era para ser feito, sendo necessário explicar que a soma de duas faces opostas de um dado é sete. Com isso reforçamos as nomenclaturas e algumas das propriedades do quadrado, conforme a fase 3 da Teoria de Van Hiele (1970) que diz que é nesta fase que as experiências anteriores do aluno são relevantes, podendo ser ampliada e refinada a linguagem na qual está sendo trabalhada.

Foi também durante a realização desta atividade, que percebemos que os alunos estavam procurando alternativas para a resolução do problema, como por exemplo, colocando os dedos na tela e simulando com a mão o fechamento da caixa. De acordo com a fase 4 de Van Hiele é importante que o aluno ganhe a experiência da busca de informação, de conhecimento e procure também sua própria forma de resolver a atividade, com isso, adquirindo sua própria orientação, tornando mais claro o objeto estudado.

Acreditamos que esta atividade foi de grande importância, pois ela complementa as atividades realizadas com material concreto, além dos alunos gostarem bastante de ir ao laboratório de informática.

No objeto Vista Épura se inicia a noção de localização dos objetos no espaço. É necessária uma breve explicação do que é Vista em Épura e sobre o rebatimento das projeções, pois não foi tratada nas atividades anteriores. Este objeto possui desafios com elementos de fácil identificação visual.

No objeto Vista Superior o aluno tem que chegar à habilidade Conservação da percepção, da Teoria de Van Hiele [Gutiérrez, 1992] que é a de reconhecimento de figuras espaciais, que permite reconhecer as formas e suas características, pois ao resolver as atividades eles procuraram pelas características dos móveis e objetos, como o livro em cima da mesa conforme mostrado na figura 4. Segundo Van Hiele [Apud Kaleff, 1994] os alunos chegaram na fase 5 que é a de Integração, pois o aluno contextualiza o conhecimento adquirido, é a fase da revisão e síntese do que foi estudado, estabelecendo uma integração entre os objetos e as relações com a consequência da unificação e internalização do pensamento.

6. Considerações finais

Este objeto de aprendizagem tem como objetivo fazer com que os alunos consigam visualizar e representar as formas geométricas através de suas vistas, bem como, consigam trabalhar através de suas representações, pois estas são as que eles encontraram nos livros e na internet. Desta forma, os alunos obtêm um melhor entendimento das formas o que colabora no ensino da geometria.

Outro fator importante para este objeto é o fato de existir uma variedade muito pequena de aplicativos educacionais que abordam este tema, pois a geometria pode ser explorada de várias formas, porém apropriando-se cada vez mais de seus conceitos, como, por exemplo, temos no site da RIVED do MEC, uma atividade que envolve o conhecimento das vistas dos objetos como mostrado <http://www.cead.ddns.com.br/rived/matematica/geometria/index.htm>

Esta ferramenta ajuda a auxiliar no ensino da Geometria, principalmente a espacial, pois ao aplicá-la conseguimos perceber até que ponto o aluno consegue representar os objetos mentalmente, já que a geometria espacial muitas vezes é dada sem a preocupação de como está o nível de pensamento do estudante, ou seja, se o mesmo já possui as habilidades de localização espacial, assim como a sua visualização e representação Bi e Tridimensional, o que facilita o aprendizado de teoremas e axiomas. A análise das fases de desenvolvimento do aluno é muito importante para um bom trabalho de acordo com Piaget (1993) e Van Hiele (1976).

7. Conclusões e trabalhos futuros

Esta prática com os estudos serviu-nos como um instrumento para ampliar a visão que temos sobre o ensino da Geometria nas escolas e melhorar a forma de conduzir um trabalho de geometria em sala de aula. Além de ter-nos dado um enorme satisfação de termos criado uma ferramenta que realmente foi válida, pois conseguimos êxito nas atividades propostas, (e) chegamos ao objetivo final que era que os alunos conseguissem realizar a atividade VISTAS.

Com ela, conseguimos perceber que os alunos conseguiram identificar as formas dos objetos representados, visualizando as suas diferenças, e conseguindo localizar os objetos através de suas vistas geométricas. Este objeto VISTAS pode auxiliar na construção da representação geométrica do aluno, bem como na introdução das nomenclaturas da Geometria Euclidiana como mostrado nas análises. Consideramos importante que os alunos reconheçam as formas através de suas vistas, e consigam representá-las mentalmente, formando assim, um conceito coerente do objeto por completo.

References

- Becker, Marcelo. Uma Alternativa para o ensino de Geometria: visualização geométrica e representações de sólidos no plano. 2009, 111p. Dissertação (Pós-Graduação em Ensino de Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.
- Brasil (2006). Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. In da Educação Básica, S., editor, Orientações curriculares para o ensino médio. Ministério da Educação.
- Cury, Helena N. (2008). Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica.
- Gravina, Maria Alice (1996). Geometria dinâmica: Uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. In Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, volume 1, pages 1–13, Belo Horizonte. DCC/UFMG.
- Guitierrez, A. (1992). Exploring the links between Van Hiele levels and 3-dimensional Geometry. Departamento de Didática de la matemática, Universidade de Valencia, Sapain, 1992.
- Kaleff, Ana Maria, Henriques, Almir, REI, Dulce M., Figueiredo, Luiz G. (1994). Desenvolvimento do pensamento geométrico: modelo de van Hiele. Bolema. Rio Claro, v.10.
- Piaget, Jean (1993). Representação do espaço na criança. Artes Médicas. Trad. Bernardina M. Albuquerque, Porto Alegre.
- Piaget (1995), Jean. Seis estudos de psicologia. Tradução: Maria Alice Magalhães D'amorim e Paulo Sergio Lima Silva. Rio de Janeiro: Forense Universitária.
- SEF (1997). Matemática. In MEC, editor, Parâmetros Curriculares Nacionais. Secretaria de Educação Fundamental, Brasília.
- RIVED – Rede Interativa Virtual de Educação. Secretaria de Educação a Distância – SEED. In. <http://rived.mec.gov.br> (acessado em agosto de 2011).