

Um estudo sobre classificação de erros: uma proposta aplicada a Objetos de Aprendizagem

Maici Duarte Leite¹, Andrey Ricardo Pimentel¹, Fábio Duarte Oliveira¹

¹Departamento de Informática

Universidade Federal do Paraná (UFPR) - Curitiba – PR – Brazil

{maici, andrey, fabio}@inf.ufpr.br

Abstract. *This article discusses the contribution of mathematical errors classification in Learning Objects development. Here is proposed a remediation approach of learners errors through external representations for the acquisition of a mathematical concepts. This article presents: a compilation of ratings types of errors observed in learning mathematics, the relationships between these types of errors and the functions of Multiple External Representations and proposes a conceptual framework for remediation of learners errors interacting with intelligent tutoring systems using the Multiple External Representations.*

Resumo. *Este artigo discute a contribuição da classificação de erros matemáticos no desenvolvimento de Objetos de Aprendizagem. É proposto apresentar uma abordagem para a remediação de erros dos aprendizes através de representações externas para aquisição de conceitos matemáticos. Neste artigo é apresentada uma compilação de classificações de tipos de erros observados para o aprendizado de matemática, as relações entre estes tipos de erros e as funções das Múltiplas Representações Externas e é proposto um arcabouço conceitual para remediação de erros de aprendizes interagindo com Sistemas Tutores Inteligentes usando as Múltiplas Representações Externas.*

1. Introdução

A análise de erros matemáticos é um grande desafio, uma vez que são necessários conhecimentos específicos do conteúdo a ser tratado, bem como, dos fatores que originaram tal situação. A variedade e a complexidade dos erros matemáticos exigem conhecimentos específicos, fato que torna a tarefa mais árdua no que se refere à classificação de erros (Peng e Luo 2009).

O erro matemático já foi considerado um aspecto negativo da aprendizagem matemática, mas hoje é visto como uma etapa natural na construção do conhecimento (Fiori e Zuccheri, 2005; Peng e Luo, 2009). Embora seja um fenômeno comum na trajetória escolar dos alunos, que independe de idade e/ou de nível de desempenho. A maioria dos estudantes já passaram por esta experiência, quer por falta de atenção, quer por conhecimento superficial do assunto, dentre outros fatores.

A discussão apresentada neste estudo diz respeito ao uso de uma classificação de erros aplicada a Objetos de Aprendizagem. Pretende-se em especial, pretende-se aplicá-la a Objetos de Aprendizagem que utilizem alguns conceitos STI. Os STIs proveem ao

aprendiz respostas mais adequadas ao seu perfil e ao caminho que ele está seguindo no aprendizado, podendo inclusive interferir antes que o aprendiz cometa um erro. Por outro lado, os Objetos de Aprendizagem, em sua maioria fornecem ao aprendiz respostas padronizadas. Mais recentemente, muitos dos conceitos de STI tem sido explorados por Objetos de Aprendizagem.

Segundo Silva e Fernandez (2007) a construção de um Objeto de Aprendizagem deve atender a três características: estimular o raciocínio e pensamento crítico (minds-on); trazer questões relevantes aos alunos (reality-on); e oferecer oportunidade de exploração (hands-on). Ou seja, a simples transposição de conteúdos para uma mídia eletrônica pode não trazer nenhuma vantagem intrínseca do ponto de vista didático-pedagógico.

A discussão a cerca de classificação de erros matemáticos aplicada a STI remete a necessária discussão da remediação de erros nestes ambientes. A proposta de Oliveira (2011) apresenta a ação realizada pelo STI como suporte ao aprendizado a partir de um erro capturado, durante a interação do aprendiz. A ação consiste em propor uma representação externa que permita ao aprendiz revisar fatos, regras, conceitos, estimulando a escolha da estratégia correta sem se inibir com o erro final.

A possibilidade do aprendiz revisar sua “trajetória” a cada passo, com base em uma lista de etapas para a resolução correta é uma das principais características da remediação, que também acompanha o conceito dos STI e bem aproveitável em Objetos de Aprendizagem. Segundo Vanlehn (1988) uma parte dos STI já apresentam suporte a diagnóstico e remediação de erros, um exemplo é o Sierra¹ que interage com o aprendiz através de explicações para os erros cometidos baseados apenas na apresentação de conceitos na forma de representação textual.

Neste artigo, tem-se como objetivo revisar e validar uma classificação de erros matemáticos para aplicar a Objetos de Aprendizagem com aporte norteador da seleção de representações externas que serão posteriormente usadas para remediar os erros cometidos pelo aprendiz.

2. Referencial Teórico

Para compor este trabalho foram escolhidos alguns autores que tinham em seu objeto de estudo os erros matemático, vale salientar que é conhecida a ampla pesquisa que existe em torno deste tema, mas foram considerados os estudos que se preocuparam em investigar a classificação dos tipos de erros matemáticos e não, as causas e/ou consequência.

2.1. Classificação proposta por Radatz (1979)

Para Radatz (1979), é difícil fazer uma categorização nítida das possíveis causas de um determinado erro, porque não existe uma estreita interação essas causas. Um mesmo problema pode dar origem a erros de diferentes fontes, e o mesmo erro pode surgir devido a diferentes processos de resolução de problemas. Radatz apresentou um estudo a partir dos elementos da teoria do processamento da informação e sugeriu cinco erros matemáticos, a seguir:

1. Erro com origem nas dificuldades da linguagem.

¹ Utiliza um diagnóstico cognitivo para encontrar uma origem racional de erros. (VanLehn, 1988)

2. Erro devido às dificuldades na obtenção de informações espaciais.
3. Erro de deficiência no domínio, nas habilidades, nos fatos e nos conceitos, como pré-requisitos.
4. Erro devido associações incorretas ou a rigidez de pensamento.
5. Erro devido à aplicação de regras ou estratégias irrelevantes.

2.2 Classificação proposta por Gerard Vergnaud (1982)

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria cognitivista na qual Gerard Vergnaud esclarece que, para compreender o desenvolvimento e a apropriação dos conhecimentos, é necessário estudar conjuntos vastos e interligados de situações e conceitos. (Vergnaud, 1982)

Assim o processo para encontrar a estratégia de resolução de um problema é tratado por Vergnaud (1982) como cálculo relacional, que consiste em todos os procedimentos usados no cálculo propriamente dito e cálculo numérico onde o aluno se depara com seus conhecimentos operacionais matemáticos e execução do algoritmo. Portanto a inconsistência de um desses cálculos gera uma operação incorreta que foi classificada como erro relacional e erro numérico.

O erro relacional refere-se às operações do pensamento necessárias para que haja a manipulação das relações envolvidas nas situações (Magina et al., 2001) e envolve diferentes estruturas mentais para estabelecer relações implícitas. O erro numérico refere-se às operações usuais de adição, subtração, multiplicação, divisão, ou seja, a organização algorítmica ou o procedimento incorreto do uso do algoritmo.

2.3. Classificação proposta por Movshovitz-Hadar e Zaslavsky (1987)

O estudo apresenta uma análise qualitativa realizada junto a estudantes do ensino médio de Israel durante um exame padronizado para avaliar seus conhecimentos matemáticos. A análise dos referidos autores deram origem a seguinte classificação:

1. O uso inadequado de informações.
2. A interpretação equivocada da linguagem.
3. As inferências logicamente inválidas.
4. As distorções de teorema ou definições.
5. Uma solução não-verificada.
6. Erro técnico.

2.4 Classificação proposta por Peng e Luo (2009)

O estudo apresenta um framework a partir de uma vasta pesquisa dos autores. Os autores apresentaram uma classificação para investigar o conhecimento dos professores de matemática no que se refere a análise do erro cometidos em problemas matemáticos.

Os autores apresentam quatro categorias analíticas para a natureza do erro: *matemático, lógico, estratégico e psicológico*. Além de outras quatro, para a análise dos tipos de erros: *identificar, interpretar, avaliar e corrigir/remediar*.

2.5 Classificação proposta por Lucas (1974), Ramos (2010)

Lucas (1974) explorou a classificação para apresentar um modelo baseado em regras a fim de estudar como as crianças aprendem a decodificar palavras. O modelo é baseado em dados recolhidos a partir de erros de pronúncia de palavras. O autor utilizou o conceito de sub-generalização para classificar um visão restrita do que ou quem são incluídos num conceito (ex. peixes não são animais porque não têm pernas ou pele), e generalização, para classificar quando o aluno coloca as coisas e ideias num conceito que são de fato não relacionados (ex. cadeira é um animal porque tem quatro pernas).

Essa classificação foi adaptada por Ramos (2010) sendo aplicada ao aprendizado indutivo no campo matemático, onde foram apresentados 3 tipos de erros conceituais: sub-generalização, super-generalização e miscelânea.

O erro é classificado como sub-generalização quando o aprendiz não consegue classificar determinado elemento como pertencente a uma classe de conceitos. Os erros de super-generalização surgem da classificação indevida de um determinado elemento a uma classe a qual não pertença. A classificação de erros de miscelânea é usada quando ocorrem os dois tipos apresentados anteriormente, ou seja, a compreensão mais profunda por parte o das classes conceituais necessárias para realização da tarefa.

3. Classificação de erros e Objetos de Aprendizagem

Um STI é baseado na hipótese de que o processo de pensamento de um estudante pode ser modelado, rastreado e corrigido (Self, 1999), tornando possível não apenas ensinar, mas apresentar de formas diferentes como ensinar, descobrir os caminhos utilizados pelo aprendiz para chegar ao conhecimento desejado.

Segundo Marczal e Direne (2011) o progresso de um Objeto de Aprendizagem vem percorrendo o universo da Informática na Educação restritamente em relação à capacidade de reagir a feedback a partir de entradas adversas de um aprendiz.

Embora a finalidade principal de um Objeto de Aprendizagem seja explorar uma parte de um conhecimento para um determinado domínio, é interessante validar o uso da classificação de erros para avançar para além da avaliação somativa, indo de encontro a real dificuldade do aprendiz de forma individualizada através da sua interação.

Os Objetos de Aprendizagem tendem a ser módulos e portanto pequenos, podendo ser agrupados para apresentar um conteúdo maior. Por este fato, estes podem se beneficiar de uma arquitetura reconfigurável e de um controlador genérico (Marczal and Direne, 2011) que permita aos OAs adquirirem características próprias de um STI como acompanhamento do aprendiz, “feedback” inteligente entre outras.

Assim, com a proposta de promover o desenvolvimento cognitivo de conceitos matemáticos, optou-se por abordar conceitos de Objetos de Aprendizagem e STI de forma complementar.

A capacidade de rever e revisar situações e procedimentos do raciocínio matemático permite ao aprendiz testar hipóteses e explorar novas possibilidades, por isso a remediação de um erro tornou-se marco do estudo, uma vez que uma correção não solicitada de um erro pode interromper o processo de reflexão sobre a estratégia de resolução.

O estudo de uma classificação de erros para ser usado na remediação que será proposta num Objeto de Aprendizagem trás para a discussão a possibilidade de

adaptação com o objetivo minimizar as dificuldades do aprendiz na escolha da estratégia correta durante a resolução de um problema. A proposta é que através do erro cometido durante a escolha da estratégia correta, o aprendiz possa receber uma representação externa como remediação para o erro cometido e retornar para a linha de raciocínio.

4. Proposta de classificação de erros para um Objeto de Aprendizagem

A pesquisa sobre classificação de erros matemáticos apresentados neste artigo apresentou um embasamento teórico bem consistente. O estudo teve como objetivo a escolha de uma classificação que oportunizasse uma aplicação concisa em Objetos de Aprendizagem.

A proposta de análise de estudos sobre classificação de erros, como as de Radatz (1979) e Movshovitz-Hadar e Zaslavsky (1987), tinham como objetivo a complementaridade de uma classificação única e abrangente, mas deparou-se com a consistência e completude dos autores acima citados, nos demais estudos apenas encontrou-se a mesma classificação com uma denominação distinta. Esse fato gerou uma nova análise organizada por tipos de erros:

- Identificáveis diretamente: erros deste tipo podem ser sub-classificados em erros de deficiência no domínio ou uso inadequado de dados e erros de deficiência de regra, teorema ou definição, além dos erros referentes a operador lógico,
- Indiretamente identificáveis: erros deste tipo demandam do acompanhamento passo-a-passo do aprendiz. Uma sugestão para este tipo de situação seria a Teoria de John Anderson (1983), o ACT (Adaptive Control of Thought), que trabalha com regras de produção. As regras de produção são pequenas unidades do conhecimento que trabalham em conjunto com outras regras, mas é relativamente independente (Taatgen, 2003), assim a propriedade permite uma construção e validação de forma incremental. Esta classificação contempla os erros cometidos pela falta de lógica correta, neste caso, o aprendiz pode apresentar uma classificação incorreta, uma resposta para uma estratégia incorreta, transformação sem avanço,
- Interpretação equivocada da linguagem: erros deste tipo alertariam para a dificuldade do aprendiz em avançar na compreensão da estrutura do problema, ou seja, dificuldade para interpretar o que está sendo solicitado para então ser formulada uma estratégia. Neste caso, também poderia ser usada a Teoria do ACT (Anderson, 1983).
- Solução não-aceitável: os erros cometidos nesta categoria tem como objetivo contemplar a inexistência de classificação entre os demais. Neste caso, o aprendiz poderia estar no nível máximo de imaturidade para um determinado conceito e com isso propor estratégias aleatórias a resolução.

O destaque especial para o estudo de uma classificação de erros matemáticos é o vínculo e a complexidade exigida ao se propor uma representação externa como remediação. A classificação proposta acima viabiliza uma remediação através de representações externas, que poderá permitir ao aprendiz revisar fatos e/ou regras, conceitos fragmentados e/ou esquecidos.

A apresentação de uma mensagem/representação adequada e inteligível pode contribuir decisivamente na aquisição de conhecimentos, desde que seja clara e permita

comunicar ao aprendiz a remediação. Embora (Ainsworth, 2006) apresente uma taxionomia para representações externas não se tem claro quando nem como cada representação deve apresentada ao aprendiz em Objetos de Aprendizagem, por exemplo, sendo este o assunto de discussão da próxima seção.

5. Representações externas e o processo de remediação de erros

A continuidade desta pesquisa resultou no estudo de representações externas para serem vinculadas ao tipo de erro cometido pelo aprendiz, uma vez que a organização e estruturação de uma classificação abrangente podem viabilizar uma remediação mais precisa, visto que se tem a possibilidade de mapear os erros.

A Teoria das Múltiplas Representações Externas - MREs (Ainsworth, 2006) é uma Teoria Cognitivista que embasa o uso de técnicas para representar, organizar e apresentar o conhecimento.

As Múltiplas Representações Externas - MREs são classificadas por Ainsworth (2006) de acordo com a sua função em categorias. As principais categorias são: função de papéis complementares, função de restrição de interpretação e função de construção de conhecimento aprofundado. A função de papéis complementares tem o objetivo de explorar a representação para apoiar ou complementar um processo cognitivo. A função restrição de compreensão tem como objetivo restringir possíveis representações, que não sejam relevantes para determinados conceitos. E função de construção de conhecimento aprofundado tem como objetivo explorar a possibilidade do uso de MREs para uma criação de uma compreensão aprofundada obtida pela generalização de regularidades a partir do conteúdo apresentado.

As representações externas oferecidas em Objetos de Aprendizagem, oferecidas através das remediações têm como propósito apresentar ao aprendiz uma percepção mais aprofundada do caminho ao qual está percorrendo, a partir do diagnóstico do erro. O sistema deverá fornecer como apoio ao aprendiz uma representação externa que pode ser uma sentença de linguagem natural, tabelas, listas, figuras, simulações, diagramas, mapas. Para atingir este objetivo é necessário selecionar uma classificação de erros com o objetivo de vincular a uma representação externa condizente com efeito satisfatório para seu objetivo, que é a aquisição do conhecimento pelo aprendiz.

5.2 Processo de remediação de erros

Com o propósito de aplicar uma MRE ao processo de remediação de erros vale apresentar de forma mais detalhada o conceito de cada uma das funções das MRE usados no estudo:

- *Papéis complementares*: apresenta as mesmas informações, mas de variadas formas com o propósito de retomar ou simplificar um conceito;
- *Restrição de interpretação*: tem como objetivo ajudar no reconhecimento conceitual equivocado, direcionando para uma nova interpretação do conceito, logo possibilitando a oportunidade de uma nova interpretação;
- *Construção de compreensão mais aprofundada*: pode ser indicada quando se torna necessário aprofundar o conhecimento quer no uso de mapas mentais, por exemplo, quer no uso de esquemas conceituais. Esse processo pode contribuir para ajudar ao aprendiz a reorganizar a natureza de um conceito e generalizar para outras situações.

O uso das funções da MREs para oferecer a remediação dos erros permitiu organizar uma tabela (Tabela 1) para contextualizar a proposição deste estudo. Nesta

tabela é possível visualizar os tipos e subtipos de erros, as funções das MREs correspondentes aos tipos de erros de acordo com a abordagem apresentada e a forma de remediação proposta.

Tabela 1 – Tabela da composição da classificação

Tipo de erro	Subtipo	Função das MREs	Remediação
Interpretação equivocada	-	Papéis complementares	Propor outras formas de apresentar o problema com a possibilidade do aprendiz fazer uma releitura através de uma simbolização matemática.
Identificáveis diretamente	Deficiência do domínio ou uso inadequado de dados	Restrição de interpretação	Mostrar que embora a estratégia possa estar correta, a deficiência se encontra no uso das informações.
	Deficiência de regra, teorema ou definição	Compreensão mais aprofundada	Apresentar a regra ou teorema, com o propósito do aprendiz reorganizar conceito ou generalizar.
	Deficiência na escolha do operador correto	Compreensão mais aprofundada	Apresentar ao aprendiz que seu equívoco encontra-se na escolha do operador correto.
Indiretamente identificáveis	-	Restrição de interpretação	Demonstrar ao aprendiz que a lógica adotada não resulta na solução do problema.
Solução não-aceitável	-	Compreensão mais aprofundada	Propor ao aprendiz a revisão de conceitos elementares ou presente na base de domínio.

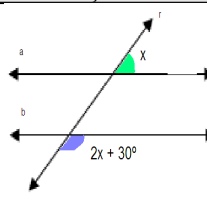
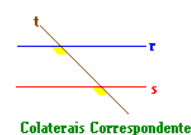
Para ilustrar a remediação de erros com o uso das MREs é apresentado o seguinte exemplo: Duas retas paralelas cortadas por uma transversal formam ângulos colaterais externos cujas medidas, em graus, são dadas por x e $2x + 30$. Calcule a medida desses ângulos.

Um dos erros seria a interpretação equivocada, ou seja, o sistema detecta que o erro cometido pelo aprendiz refere-se à dificuldade para transitar entre os tipos de linguagem (verbal e matemática). Neste caso, a função das MREs seria a de papéis complementares, sendo apresentado o mesmo problema, mas com numa linguagem matemática (por exemplo, através do gráfico apresentado na primeira linha da Tabela 2).

Outro tipo de erro poderia ser do tipo identificável diretamente, com deficiência no teorema, onde o aprendiz confunde as propriedades referentes a paralelas cortadas por uma transversal e deduz que os ângulos possam ser colaterais correspondentes. Neste caso, é classificado como sendo da função de restrição de interpretação e para remediação da falha, além da revisão da propriedade é apresentada uma figura (apresentada na terceira linha da Tabela 2).

O esforço usado para apresentar um exemplo que pudesse demonstrar todos os tipos de classificação teve como objetivo oportunizar uma melhor compreensão da aplicação de uma classificação de erros e da proposição de remediação vinculada a MREs.

Tabela 2 – Tabela de apresentação de exemplo

Tipo de erro	Subtipos	Erro apresentado	Função das MRE	Remediação com MREs
Interpretação equivocada	-	O aprendiz não consegue avançar em nenhuma estratégia porque pode estar com dificuldade de passar o problema da linguagem verbal para a matemática.	Papéis complementares	
Identificáveis diretamente	Deficiência do domínio ou uso inadequado de dados	O aprendiz deduz que os ângulos são colaterais correspondentes (mesmo lado da transversal, não na mesma região e não apresentam o mesmo vértice) e identifica como ângulos iguais. $(x = 2x + 30^\circ)$	Restrição de interpretação	Os pares de ângulos colaterais externos são suplementares . Dois ângulos são suplementares quando a soma é igual 180 graus. 
	Deficiência de regra, teorema ou definição	O aprendiz confunde o conceito entre ângulos complementares e suplementares. $(x + (2x + 30) = 90)$	Compreensão mais aprofundada	Ângulos colaterais externos: são ângulos que estão do mesmo lado da reta transversal fora das retas paralelas.
	Deficiência na escolha do operador correto	A estratégia do aprendiz apresenta a seguinte solução: $x + 2x + 30 = 180$ $3x = 180 + 30$ $x = 70$	Compreensão mais aprofundada	Observe: $2x + 20 = 80$ É necessário passar o 20 para depois da igualdade. Como está sendo somado, então passará para o outro lado sendo subtraído, operação inversa), por exemplo: $2x = 80 - 20$ $x = 30$
Indiretamente identificáveis	-	O aprendiz ao invés de usar a soma dos ângulos suplementares, adota a subtração entre os ângulos: $(2x + 30 - x = 180)$	Restrição de interpretação	A soma de dois ângulos suplementares é igual a 180.
Solução não-aceitável	-	Caso o erro cometido não esteja contemplado em nenhuma classificação acima, o erro será incluído nesta seção até ser analisada a necessidade de uma nova categoria.	Compreensão mais aprofundada	Neste caso será apresentado ao aprendiz o conceito completo sobre ângulos e ângulos formados por duas retas cortado por uma transversal. Será apresentado ao aprendiz o mínimo de conhecimento necessário para resolução do exercício apresentado.

A aplicação da abordagem de remediação de erros em Objetos de Aprendizagem com Múltiplas Representações Externas requer que o Objeto de Aprendizagem apresente uma arquitetura funcionalista adequada. Este Objeto de Aprendizagem deve ser capaz de identificar o erro cometido pelo aprendiz e classificá-lo de acordo com as categorias apresentadas neste trabalho, comparando a solução do aprendiz com a solução ideal, usando para isso regras de produção ou outro mecanismo de representação de conhecimento da Inteligência Artificial. Além disso, o Objeto de Aprendizagem deve ser capaz de identificar a função da Representação Externa adequada ao erro cometido de acordo com a tabela 1, identificar a Representação Externa mais adequada ao momento do aprendiz e apresentá-la ao aprendiz no momento adequado da sessão de aprendizagem.

6. Conclusão

A aquisição de conceitos matemáticos é estruturada em torno de uma variedade de características como: reconhecimento de regularidades, criação de modelos e enunciados, fórmulas e registros para a sua caracterização. Assim, se constrói e se consolida a linguagem matemática, sendo muito mais que um conjunto de símbolos a ser transmitido.

Justamente pela complexidade da aquisição que propomos neste artigo uma classificação de erros a fim de trabalhar com a remediação. Existem muitas vantagens no uso de um diagnóstico seguido de um intervenção, pode-se citar a detecção e remediação de erros de um mesmo contexto e ainda a possibilidade presente em STI em analisar soluções parciais. Essa fato permite que a cada interação do aprendiz, o STI se manifeste através do mapeamento de desvio de estratégia correta para a solução.

O uso de remediação em STI viabiliza a intervenção junto ao aprendiz antes da progressão em um determinado erro, evitando, assim, um solução completa, mas equivocada (Anderson, 1983). Como consequência há uma redução no número de erros que podem ocorrer, por isso pretende-se aplicar tal estratégia a Objetos de Aprendizagem.

Embora o uso de representações externas tenha como característica mais notável a redução da carga cognitiva, neste estudo o objetivo é apresentar a remediação do erro cometido pelo aprendiz, por intermédio de uma categorização mais específica, que pretende-se subdividir em mais categorias, oportunizando uma gama de variedades que permita ao aprendiz adquirir conhecimentos matemáticos.

A principal contribuição deste estudo é a partir de uma perspectiva conceitual propor um quadro formal para classificação e remediação de erros com o uso de MREs por OAs. O exemplo apresentado é serviu para ilustrar o como se pretende fazer a remediação para os mais variados erros conceitos matemáticos, bem como, destacamos que a classificação destes erros ainda encontra-se em expansão em virtude de outros conceitos que demandem de outras classificações.

Referências

- Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16(3), 83-198.
- Anderson, J. R. (1983). Acquisition of cognitive skill. *Psychological Review*, 89(89), 369-403.

- Fiori, C.; Zuccheri, L. (2005). An Experimental research on error patterns in written subtraction. *Journal Educational Studies in Mathematics*, 60(3), 323-331.
- Lucas, J. M. (1974). Overgeneration in learning to read. *Annual Meeting of the American Educational Research Association*. 15-19.
- Magina, S.; Campos, T. M. M.; Nunes, T.; Gitirana, V. (2001). Repensando adição e subtração. Contribuições da teoria dos campos conceituais. 1ª edição. São Paulo: PROEM.
- Marczal, D.; Direne, A. I. (2011) Um arcabouço que enfatiza a retroação a contextos de erro na solução de problemas. *Revista Brasileira de Informação na Educação*, 19(1), 63-73.
- Movshovitz-hadar, N.; Zaslavsky, O. (1987). An empirical classification model for errors in high school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(1), 3-14.
- Oliveira, F. D. Suporte ao aprendizado apoiado por múltiplas representações externas através da análise e remediação de erros. *Dissertação de Mestrado em Informática – Departamento de Informática*. UFPR – Curitiba/PR.
- Peng, A.; Luo, Z. (2009). A framework for examining mathematics teacher knowledge as used in error analysis. *For the Learning of Mathematics*, 29(3), 22-25.
- Radatz, H. (1979). Error Analyses in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10(2), 163-172.
- Ramos, G. S. (2010). Detecção e remediação de erros na generalização de conceitos matemáticos por meio de sistemas tutores inteligentes. *Dissertação de Mestrado em Informática – Departamento de Informática*. UFPR – Curitiba/PR.
- Silva, R. M. D. da; Fernandez, M. A. (2007). Recursos informáticos projetados para o ensino de ciências: bases epistemológicas implicadas na construção e desenvolvimento de objetos de aprendizagem. In *Objetos de Aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico*. Organização: Prata, C. I; Nascimento, A. C. A. A. Brasília: MEC, SEED.
- Self, J. (1999). A. The defining characteristics of intelligent tutoring systems research: Itss care, precisely. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 10(3), 350–364.
- Taatgen, N.A. (2003). Learning rules and productions. In: *L. Nadel (Ed.), Encyclopedia of Cognitive Science*, 2, 822-830, London: MacMillan.
- Vanlehn, K. (1988). Student Modelling. M. Polson. *Foundations of Intelligent Tutoring systems*. Hillsdale. N.J. Lawrence Erlbaum Associates, 55-78.
- Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In *T. Carpenter, J. Moser & T. Romberg (Eds.), Addition and subtraction: a cognitive perspective*. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum, 39-59.