

Resolvendo equações algébricas no STI PAT2Math

Henrique Seffrin, Geiseane Rubi, Boris da Cruz, Patrícia Jaques

Programa Interdisciplinar de Pós-Graduação em Computação Aplicada (PIPCA)
Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS) – São Leopoldo– RS – Brasil

hseffrin@terra.com.br, geiserubi@gmail.com, borisdacruz@hotmail.com,
pjaques@unisinós.br

***Abstract.** This article describes the analysis of the solver module of the Intelligent Tutor System PAT2Math. It is presented the theory that based the construction of the system and its cognitive model, the whole project architecture, classroom tests scope limit and analysis of gathered results.*

***Resumo.** Este artigo descreve a análise do módulo resolvidor de equações do Sistema Tutor Inteligente PAT2Math. É apresentada a teoria que embasou a construção do sistema e seu módulo cognitivo, arquitetura geral do projeto completo, bem como a delimitação do escopo de testes em sala de aula, a avaliação e os resultados obtidos.*

1. Introdução

Na disciplina de Matemática, a Álgebra é um dos assuntos mais intrigantes para professores e alunos. Em especial, alunos do ensino fundamental e professores apresentam dificuldades quanto ao processo de ensino e aprendizagem de equações algébricas, como equações de 1º e 2º grau com uma incógnita. Essas dificuldades, geralmente, estão relacionadas ao forte conceito aritmético dos alunos que acabam generalizando as equações aplicando esses mesmos conceitos [Stacey & MacGregor 2000]. Assim, a transição do pensamento aritmético para o pensamento algébrico é complexa. No entanto, os professores não têm tempo hábil para construir com os alunos o conceito algébrico, tendo em vista o currículo a ser cumprido. Por isso adotam um ensino mecânico e memorístico. Outro problema está relacionado a esse ensino mecânico das equações. Os alunos decoram e aplicam falsas regras gerando o erro; eles não compreendem o sinal da igualdade e nem o significado da incógnita. Dessa forma, é necessário desenvolver o conceito algébrico e um atendimento individual para uma aprendizagem significativa, em que o aluno construa o conhecimento e relacione com seus conhecimentos prévios.

A área de pesquisa em Inteligência Artificial aplicada a Educação propõe alternativas computacionais que podem auxiliar no ensino, como os Sistemas Tutores Inteligentes (STIs). Esses sistemas se diferenciam por serem inteligentes, ou seja, por realizarem um atendimento individual ao aluno baseado em um perfil personalizado construído dinamicamente durante a interação deste com o sistema.

STIs possibilitam ao aluno/usuário resolver problemas propostos. Estes tutores estão aptos a ajudar a qualquer momento que seja necessário. Portanto, quando solicitada ajuda pelo aluno, esses sistemas podem mostrar como solucionar os problemas a partir de qualquer ponto da resolução. Essa é uma das características que os tornam ‘Inteligentes’, pois podem resolver os mesmos problemas propostos aos alunos, o que é útil para identificar se a solução do aluno está correta ou não (em qualquer passo da resolução), assim como demonstrar ao aluno a resolução, bem como explicar o

porquê das ações realizadas. No âmbito da matemática, em particular, no processo de ensino e aprendizagem de Álgebra, essa característica inteligente se concretiza com um sistema que possa resolver cada passo de resolução de uma determinada equação, mostrando ao aluno se está correto ou não, ou seja, corrigindo simultaneamente e acompanhando o desenvolvimento do aluno.

Neste sentido, o projeto de pesquisa PAT2Math (*Personal Affective Tutor to Math*) é um exemplo de STI com aplicação no ensino de álgebra elementar, mais especificadamente, no processo de ensino e aprendizagem de equações algébricas de 1º e 2º grau com uma incógnita, considerado conteúdo em que alunos possuem grandes dificuldades de aprendizagem [Stacey & MacGregor 2000]. Este está sendo desenvolvido como um ambiente web capaz de considerar as emoções do aluno, fazendo uso de um agente pedagógico animado que aplicará táticas pedagógicas inteligentes para motivar o aluno e engajá-lo em sua interação com o sistema, baseando-se nas emoções inferidas do aluno e no seu desempenho. Como o projeto de pesquisa está em desenvolvimento, neste artigo é abordada a resolução de equações no sistema e as maneiras iniciais de auxiliar o aluno em suas dificuldades. Mais especificamente, é analisada a eficiência da resolução de equações, bem como, o auxílio inicial proposto como ajuda ao aluno construída através de uma avaliação qualitativa com 2 professores e 2 alunos do Ensino Fundamental. Uma descrição do sistema ou de outros módulos de PAT2Math podem ser encontradas em [Seffrin et al. 2009].

O presente artigo está organizado conforme segue. Na seção 2 é abordada a aprendizagem da álgebra da perspectiva da teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, seguida pela seção 3 em que é apresentada a arquitetura completa do projeto PAT2Math. A seção 4 contém as teorias e informações sobre implementações realizadas para a construção da funcionalidade que resolve equações do sistema, bem como, os modos de interação de demonstração e tutoramento. Na seção 5 é apresentado um cenário do sistema envolvendo os dois modos de interação. Posteriormente, a seção 6 descreve a avaliação com professores para validação do PAT2Math e os resultados da avaliação. Finalmente, a seção 7 aborda as conclusões do artigo e os trabalhos futuros.

2. Aprendizado de Álgebra

A Matemática é, em geral, considerada uma disciplina muito complexa. Inúmeras vezes, a aversão a esta disciplina está relacionada ao estudo da Álgebra [Fiorentini e Morin 2001]. Os alunos enfrentam especial dificuldade em desenvolver o raciocínio algébrico devido à abstração necessária para lidar com valores incógnitos (variável), conforme já apontado por Cury e Konzen (2006). Esta dificuldade está diretamente ligada ao fato de os aprendizes iniciarem os estudos algébricos, apenas após terem trabalhado o raciocínio aritmético [Mcneil and Alibali 2004]. Quando os alunos iniciam os estudos algébricos ocorre a ruptura do pensamento aritmético para o pensamento algébrico. E é neste processo que professores e alunos caminham em estradas diferentes, já que os alunos continuam tentando empregar métodos aritméticos, no lugar de métodos algébricos, para resolver equações, e os professores, normalmente, adotam metodologias de ensino tradicional com uma abordagem mecânica e memorística.

Pensando nesta realidade é que pesquisas em educação matemática têm se destacado com o intuito de criar novas estratégias para o ensino das equações [Fiorentini e Morin 2001] buscando uma aprendizagem significativa. Mais ainda, quando deparados com este desafio, professores buscam metodologias diferenciadas

para o ensino das equações, experiências de aprendizagem ricas e diversificadas, que permitam mobilizar e desenvolver competências [Abrantes et al. 1999 apud Gardete e César 2006]. Isso porque, conforme explica Schliemann (1995), o conhecimento matemático é construído tanto pela experiência como pela reflexão.

O computador é uma ferramenta interessante e atrativa para a maioria dos alunos. Este deve fazer parte da realidade escolar, pois além da curiosidade e interesse, segundo Cabeda (2004), aumenta a autoestima em aspectos de “poder saber”, ou seja, oferta a todos os alunos, sem distinção, a oportunidade de buscar o conhecimento, oportunizando a inclusão digital e social do mesmo. No entanto, o sucesso da aprendizagem por meio de um *software* educacional depende das inovadoras e diferenciadas estratégias de ensino/aprendizagem desenvolvidas. Além disso, a linguagem do sistema deve condizer com a utilizada em sala de aula para não ocorrer ruptura da aprendizagem no sistema. Assim as estratégias devem “atender as perspectivas atuais de interação, colaboração, autonomia, para que o ensino amplie suas possibilidades de promover e instigar o pensar crítico” [Oliveira et al. 2009, p.1]. Dessa forma, essas tecnologias computacionais educativas serão proveitosas de maneira que o aluno seja conduzido e incentivado durante toda a interação à reflexão, à investigação, à exploração e à aprendizagem.

3. O Sistema Tutor Inteligente PAT2Math

Sistemas Tutores Inteligentes (STI) são sistemas computacionais voltados ao ensino-aprendizagem de conteúdos de áreas específicas de conhecimento. Utilizam técnicas de inteligência artificial de modo a saber não apenas o “o que” ensinar, mas também “como ensinar”. Através da interação com o aluno, os STIs conseguem montar um perfil do mesmo, mapeando as suas habilidades e dificuldades, fornecendo assim um ensino mais individualizado, adaptando-se a cada perfil.

Geralmente, a arquitetura de um STI é formada pelos seguintes componentes [Psothka and Mutter 1988]: (i) Base de Domínio (guarda o conhecimento procedural e/ou declarativo que representa o expertise do tutor), (ii) Modelo do Aluno (mantém informações sobre o conhecimento que o aluno possui), (iii) Tutor (aplica um determinado conteúdo de acordo com a estratégia selecionada e a informação no modelo de aluno), e (iv) Interface com o Usuário (interface gráfica com o usuário).

Como PAT2Math é destinado ao ensino de equações algébricas, a base de domínio é formada por 2 componentes principais: (a) o modelo cognitivo (ou resolvidor de problemas) e (b) o componente declarativo (que contera todo o conhecimento “textual”, tais como explanações, exercícios, exemplos, entre outros). O **Modelo Cognitivo** foi desenvolvido como um sistema especialista baseado em regras de produção, o que tem se provado mais adequado para o conhecimento procedural matemático [Anderson, Corbett et al. 1992]. Uma regra de produção é um par condição-ação que descreve uma ação a ser tomada quando uma condição é satisfeita. Essas regras foram inseridas em JBoss Drools (<http://www.jboss.org/drools>), que é uma *Shell* de sistema especialista implementada em Java. Como os outros módulos do STI também são implementados em Java, a utilização de Drools agiliza a implementação e permite uma melhor integração.

O **Componente Declarativo** da Base de Domínio contém conjuntos de problemas a resolver de acordo com seus níveis, bem como o conhecimento declarativo

do conteúdo a ser aprendido (textos de explanação). O conhecimento declarativo é representado em uma linguagem de marcação baseada em XML criada especificamente para representação de conhecimento matemático chamada de OMDoc [Kohlhase 2006]. O OMDoc permite tanto representar fórmulas matemáticas quanto conhecimentos declarativos associados a essa fórmula, como nível, tipo e outras informações relevantes.

O modelo de aluno do STI proposto foi implementado segundo duas principais técnicas, bastante utilizadas em se tratando de ambientes destinados a resolução de problemas, como é um tutor destinado ao ensino de álgebra: (i) rastreamento do conhecimento (*knowledge tracing*) e o (ii) rastreamento do modelo (*model tracing*) [Anderson, Corbett et al. 1992]. O primeiro consiste em determinar o conhecimento do aluno, tanto o conhecimento correto do domínio, como seus erros. Este rastreamento é utilizado para a avaliação do aluno e a tomada de decisão na continuidade da interação. O *model tracing* tem por objetivo analisar o procedimento adotado pelo aluno para a resolução dos problemas. É utilizado por sistemas que têm por objetivo atender às solicitações de ajuda – para poder auxiliar, o sistema deve ter capacidade para analisar e criticar a solução apresentada pelo aluno e ter uma idéia do raciocínio utilizado.

Para identificar as soluções do aluno na resolução de problemas, primeiramente, é necessário desenvolver um Modelo Cognitivo que seja capaz de resolver os problemas propostos do tutor. O sistema de regras de produção que compõe o modelo cognitivo irá tentar encontrar alguma maneira de solucionar o problema (regras que podem ser disparadas), que seja compatível com a maneira como o aluno está resolvendo a tarefa.

O STI é composto também pela interface gráfica de apresentação do conteúdo. Esta interface gráfica é implementada, como uma aplicação web, nas tecnologias Servlets/JSP da linguagem de programação Java. A vantagem de desenvolver um STI como uma aplicação web é que este pode ser executado em qualquer máquina, independente de sistema operacional, desde que esta esteja conectada a Internet e possua um navegador web instalado. Uma outra vantagem é que não é necessária a instalação do STI nas máquinas clientes (dos alunos), visto que a aplicação estará executando no servidor. Além disso, como as informações do aluno (modelo de aluno) estão armazenadas no servidor, não há a necessidade de que o aluno se conecte sempre na mesma máquina.

Por último, o módulo tutor é responsável por escolher o próximo conteúdo a ser apresentado de acordo com a estratégia definida e a informação provida pelo modelo de aluno. Ele é também responsável por determinar qual a ajuda que será fornecida ao aluno durante a resolução de equações no PAT2Math.

Um dos principais módulos do PAT2Math é o módulo de Resolução de Equações. Neste módulo, o tutor fornece uma equação para o aluno desenvolver e o tutor acompanha o seu desenvolvimento, ou seja, ele verifica, a cada passo, qual foi a solução intermediária fornecida pelo aluno e qual operação algébrica ele utilizou. Através do *Model Tracing*, PAT2Math consegue identificar se a solução intermediária fornecida pelo aluno está correta ou não e fornecer um *feedback* ao aluno. Esse artigo visa focar principalmente esse módulo, que será explicado mais detalhadamente na próxima seção.

4. Auxiliando o aluno na resolução de equações

PAT2Math é um STI e, por isso, é capaz de definir, baseado em um plano de ensino montado segundo o perfil cognitivo do aluno, o conteúdo a ser exibido, como e quando mostrá-lo, tipos de ajudas e quando fornecê-las, assim como auxiliá-lo na resolução dos exercícios propostos.

Esse artigo visa descrever apenas o módulo de resolução de equações do tutor, parte central neste, chamado de PATequation. Na resolução de equações, o tutor exhibe uma equação escolhida de acordo com as lacunas observadas na aprendizagem do aluno e o assiste na sua resolução. Para tanto, ele verifica se as soluções intermediárias propostas pelo aluno nos passos da resolução da equação estão corretas ou não, fornecendo um *feedback*. Para que ele possa verificar se a solução proposta pelo aluno está correta, ele possui um módulo inteligente, chamado de resolvedor, que é capaz de resolver qualquer equação fornecida de 1º e 2º grau com uma incógnita (mais informações sobre o resolvedor em [Seffrin et al. 2009]). O módulo cognitivo utiliza o resolvedor para verificar se a resposta fornecida pelo aluno é uma resposta possível e explicar qual seria a solução correta, no caso de passos incorretos providos.

PATequation trabalha em conjunto com o resolvedor para atingir suas metas. O módulo resolvedor trabalha com regras de produção para resolver as equações. Cada regra é responsável por um tipo de operação, como, por exemplo, aplicação das operações de soma, subtração, multiplicação, potenciação e raiz quadrada, aplicação da operação inversa, simplificação de frações, cálculo do MMC dos denominadores das frações, aplicação da fórmula de Bhaskara, cálculo do fator comum (termo em evidência) e cálculo de raízes por meio de fatoração de termos. Uma vez que uma equação satisfaça as condições de alguma destas regras, esta regra é imediatamente aplicada sobre a equação, produzindo uma nova, e o processo se repete até não haver mais regras disponíveis, ou seja, quando o resultado final é obtido. Em caso de conflito, ou seja, mais de uma regra for satisfeita, a regra que possuir maior prioridade é disparada. No entanto, existem muitas diferenças entre o resolvedor e módulo de resolução de equações (PATequation), foco deste artigo. Enquanto o resolvedor é capaz apenas resolver uma equação, descrevendo as operações utilizadas em cada passo da solução, PATequation pode: (1) permitir a entrada de uma solução intermediária pelo aluno, (2) verificar se a solução do aluno está correta ou não; (3) dar dicas ao aluno de como resolver a equação, caso o passo provido esteja incorreto, (4) demonstrar parcialmente ou totalmente a resolução, caso o aluno não saiba como resolver a equação.

Para que fosse possível a verificação da solução apresentada pelo aluno (como correta ou incorreta), foi necessária a implementação de um novo conjunto de regras. Tais regras possibilitam, ao aluno, uma maior liberdade na ordem de resolução das operações, sendo necessárias, pois, sem elas, o aluno estaria limitado a resolver as equações de forma similar ao resolvedor, no sentido esquerda-direita. Por exemplo, considere a seguinte equação: $3x+4+4+1=6x$, caso o aluno optasse por realizar a operação de soma, as únicas equações que seriam consideradas válidas seriam $3x+8+1=6x$ e $3x+9=6x$. Por exemplo, a equação $3x+4+5=6x$ seria considerada inválida. Em uma operação inversa, a única solução válida seria aplicar esta operação sobre o termo “ $3x$ ”, pois no resolvedor os termos menores são movidos para o lado onde se localiza o termo maior (visando mostrar que a incógnita não necessariamente

precisa estar localizada no lado esquerdo). O novo conjunto de regras elimina este problema, pois faz uso de uma equação adicional: a resposta do aluno. Com ela, é possível realizar uma comparação com a equação obtida do resolvedor, descobrir as diferenças entre elas e detectar qual operação foi realizada. A partir disto, aplicar esta operação sobre a equação do resolvedor, visando torná-la equivalente à equação do aluno. Por exemplo, considerando a equação inicial do exemplo anterior, digamos que o aluno aplicou a operação inversa sobre o termo “ $6x$ ”. Na verificação da validade da resposta, ao comparar as equações, será detectado que o termo “ $6x$ ” estará em lados opostos nas equações ($3x+4+4+1=6x$ e $-6x+3x+4+4+1=0$) e, em cada uma, o termo estará realizando uma operação diferente, ou seja, operação inversa. Esta operação então é aplicada sobre a equação do resolvedor, tornando-a equivalente à resposta do aluno.

O módulo de resolução de equações do PAT2Math possui dois modos de interação: o modo de demonstração e o modo de tutoramento. A descrição de cada modo de interação é apresentada a seguir.

4.1. O modo de interação de Demonstração

O modo de demonstração é utilizado para auxiliar o aluno a resolver a equação apresentada pelo tutor. Este auxílio pode compreender a resolução de uma etapa da equação, ou a sua resolução completa, a partir da etapa em que o aluno pediu auxílio, ou ainda uma dica do que deve ser realizado no passo seguinte. Estes auxílios são disponibilizados ao aluno, respectivamente, através dos botões “Próximo Passo”, “Mostrar Passo” e “Dica” localizados na interface (ver Figura 1).

Uma vez que é apresentada uma equação ao aluno, e este seleciona a opção “Próximo Passo”, a última equação apresentada é repassada ao módulo resolvedor, e este a compara com cada regra disponível. Aquela regra que satisfizer a equação é aplicada, produzindo uma nova equação. Esta, juntamente com a descrição da operação, é repassada à interface, que a exibe ao aluno.

Caso o aluno decida selecionar a opção “Mostrar Passo”, a última equação exibida é repassada ao módulo resolvedor, e este irá utilizar as regras para resolver a equação até atingir o resultado da mesma. Uma vez que a resolução tenha terminado, todos os passos de resolução são repassados à interface, que os exibe ao aluno. O processo de resolução ocorre de forma similar ao que ocorre quando o usuário seleciona a opção “Próximo Passo”, com diferença de que o módulo resolvedor repassará as equações apenas quando o resultado da equação for atingido.

Se a opção selecionada for “Dica”, o módulo resolvedor irá obter todas as regras possíveis que podem ser aplicadas sobre a última equação apresentada. Aplicando cada uma delas sobre a equação, obtendo assim a descrição de cada operação. A aplicação das regras é necessária, visto que algumas regras são responsáveis por mais de uma operação, como por exemplo, a regra “Calculo” que realiza as operações de soma, subtração, multiplicação, raiz quadrada e potenciação. Uma vez obtida a descrição de cada operação, esta é repassada à interface que as exibe ao aluno.

4.2. O modo de interação de Tutoramento

O modo de tutoramento é o modo em que o aluno interage com o tutor. Neste modo de interação é apresentada ao aluno uma equação e este deve informar o próximo passo de resolução, bem como a operação a ser realizada. Com base nas respostas do aluno é que

será possível o tutor identificar as suas habilidades e dificuldades.

Para realizar a validação das equações, o módulo resolvidor deve encontrar um caminho de resolução que o leve a uma resposta equivalente a do aluno, resolvendo a equação de todas as formas possíveis até que o resultado esperado seja obtido. Este processo de validação ocorre conforme descrito a seguir.

Inicialmente o módulo resolvidor recebe da interface três informações: a equação que o aluno deve resolver, o próximo passo de resolução e a operação realizada neste próximo passo. As duas últimas informações são inseridas pelo aluno.

As equações são, então, comparadas pelo resolvidor. Se forem equivalentes, é retornada uma mensagem ao aluno informando que a solução está correta, e conseqüentemente, o aluno deve informar um novo passo para a equação dada. Se as equações não forem equivalentes, a equação inicial é inserida no resolvidor e, a partir dela, são obtidas todas as regras que podem ser aplicadas. A primeira destas regras é escolhida e aplicada sobre a equação, produzindo uma nova equação. Esta equação é então comparada com a equação do aluno. O processo se repete até que uma equação equivalente seja obtida, ou até não haver mais regras disponíveis. Neste último caso é retornada uma mensagem ao usuário informando que o passo informado por ele está incorreto.

Uma vez que seja encontrado um caminho que leve a uma equação equivalente a do aluno, é verificado se a operação informada pelo aluno foi utilizada neste caminho. Em caso negativo é realizada uma nova busca por outro caminho de solução, um que utilize a operação informada pelo aluno. Caso não seja encontrado, o aluno é notificado que a resposta está correta, porém com a operação selecionada não é possível atingir o resultado. Uma vez que o caminho correto seja encontrado, a equação é validada e o aluno é notificado.

5. Cenário

A interface do módulo de resolução de equações (PATequation) disponibiliza ao usuário ferramentas para auxiliá-lo na resolução de equações matemáticas passo a passo. Cada passo consiste de uma solução intermediária para uma operação algébrica escolhida pelo usuário para ser realizada sobre um ou mais operandos. O PATequation, através de uma interação com o tutor, também retorna ao usuário informações sobre a correção de cada passo e disponibiliza funções que o aluno pode usar para auxiliá-lo na resolução.

A fim de ilustrar o funcionamento de PATequation, essa seção descreve um cenário hipotético de utilização do mesmo, ilustrado na Figura 1, onde é apresentada uma resolução completa de uma equação de 1º grau. O item A da Figura 1 mostra uma equação que foi fornecida ao usuário pelo sistema quando ele pressionou o botão “Nova Equação”, e no item B está o primeiro passo fornecido pelo aluno. Para resolver este passo, o usuário pressionou o botão “I” (Operação Inversa), que insere uma nova linha no quadro contendo, nesta ordem, o identificador da operação, um campo de texto para reescrever a equação da linha anterior com o operando desejado na posição inversa, e um botão para verificar a correção do passo. Após o aluno ter inserido a solução na linha, fazendo uso do painel de operadores que está logo acima do quadro verde, ele pressionou o botão verificar. O sistema então verificou se o passo estava correto e notificou o usuário do resultado no próprio botão (ele muda para o sinal \checkmark) e também no campo de texto que está localizado logo abaixo do quadro verde.

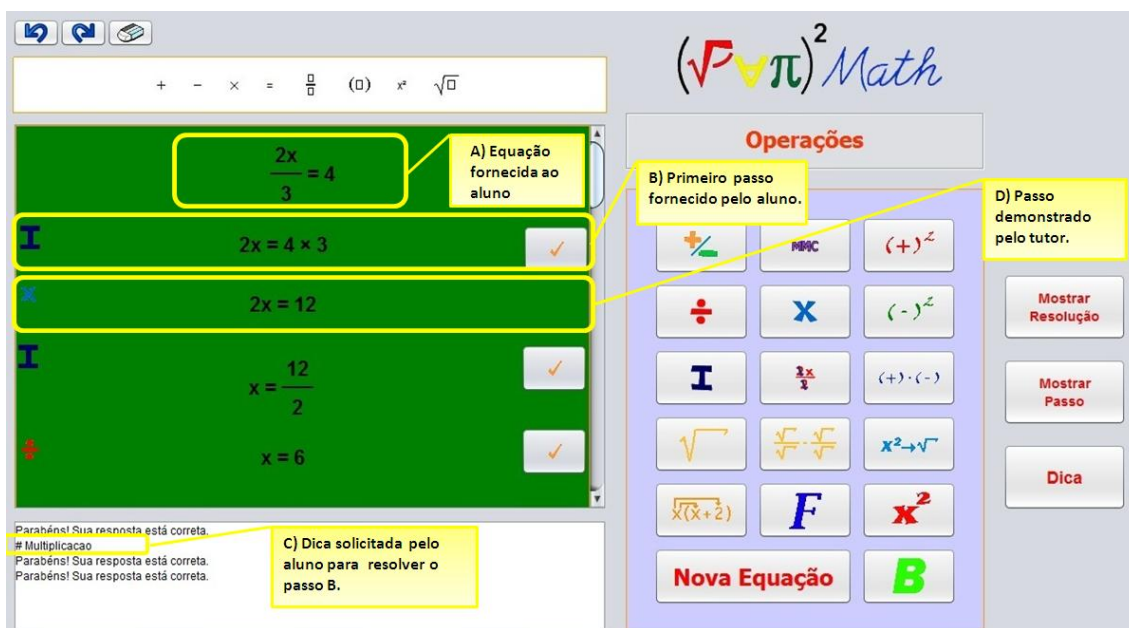


FIGURA 1: Interface do PATEquation

Ainda dentro do cenário hipotético, o usuário teve dúvidas de que operação usar para resolver o passo seguinte. Assim, ele pressionou o botão “Dica”, que imprime no campo de texto, já citado, sugestões de quais operações podem ser usadas para resolver aquele passo (item D da Figura 1). Mas mesmo assim o usuário não soube como proceder, então ele pressionou o botão “Mostrar Passo”, que insere no quadro um passo resolvido (item C Figura 1). O próximo passo foi fornecido pelo usuário, onde foi usada a operação inversa, já citada. Finalmente, o usuário usou a operação de divisão para resolver o último passo. Para tanto ele teve de selecionar a fração “12/2”, clicando sobre ela com o mouse, e pressionando o botão de divisão. O sistema inseriu no quadro uma nova linha contendo, além do identificador da operação (\div) e do botão para verificar a correção, uma cópia da linha anterior com um campo de texto no lugar da fração selecionada, que serve para inserir a resposta da fração. Se as dicas dadas pelo sistema não tivessem sido úteis, o aluno poderia ainda clicar no botão “Mostrar resolução” a partir de qualquer linha. Nesse caso, o sistema mostraria, a partir daquele ponto, a solução da equação passo-a-passo, indicado qual operação foi escolhida para realizar cada passo.

6. Avaliação do PAT2Math

Uma avaliação qualitativa foi realizada individualmente com dois professores que lecionam o conteúdo de álgebra elementar, em uma escola municipal de ensino fundamental, na cidade de São Leopoldo/RS, e com dois alunos que estão na 6ª série do Ensino Fundamental das cidades de Porto Alegre e Canoas. Esta avaliação qualitativa teve como objetivo verificar com os professores a utilidade do PATEquation em sala de aula, melhorias a serem realizadas, assim como estratégias pedagógicas que os professores aplicariam utilizando o *software*. Já com os alunos, o objetivo era analisar a interação dos mesmos com o sistema, observando suas manifestações diante às equações propostas pelo sistema, as operações, verificações imediatas, bem como, a utilização dos botões dica, mostrar passo e mostrar resolução.

Essa avaliação contou com o apoio de uma professora de matemática e seguiu a

seguinte metodologia. Inicialmente, o professor ou aluno entrou em contato com o PATequation, quando foi mostrada a resolução de algumas equações pela entrevistadora. Após essa primeira etapa, ele foi convidado a manipular o *software*. Observações e comentários resultantes desta avaliação são descritos a seguir. Os nomes dos participantes são omitidos a fim de respeitar a confidencialidade da informação.

6.1. Resultados da avaliação qualitativa

Os dois professores acharam o PATequation um *software* rico e interessante para o ensino de equações algébricas. Isso porque, segundo os mesmos, ele permite que o aluno resolva uma equação indicada pelo sistema, escolha a operação que irá realizar, mostre a resolução e, ainda, verifique, simultaneamente, se está correta ou não a resposta. Outros destaques foram os botões dica, mostrar passo e mostrar resolução que, de acordo com os professores, auxiliam o aluno quando apresentar dificuldade. Além disso, observaram melhorias a serem realizadas, tais como modificações da nomenclatura de alguns botões como os referenciados ao produto notável, a raiz de qualquer índice, ao fator comum e a racionalização. Sugeriram a seguinte estratégia para uma melhor interação do aluno com os botões dica, mostrar passo e mostrar resolução. O aluno só poderá solicitar que o sistema mostre o passo ou a resolução se, anteriormente, já tenha solicitado uma dica para auxiliar a resolução da equação. Assim, a interação do aluno com o PATequation será mais construtiva.

Para os alunos o *software* é interessante e o visual é atrativo. Destacaram como importante o botão dica, pois, muitas vezes, não sabem qual operação realizar, ou, por onde iniciar a resolução da equação. Outra consideração refere-se a restrição do *software* ora para equação do 1º grau, ora para do 2º grau, pois para um aluno que não aprendeu equação do 2º grau é desinteressante o sistema apresentar equações que, no momento, não poderão ser solucionadas. Outro destaque é a correção simultânea do passo que estão resolvendo. Salientam que é desestimulante resolver uma equação para, somente no final, saber que está incorreta a resolução. Portanto, com o diferencial da correção imediata e o auxílio com dicas para a resolução das equações, os alunos afirmaram que os professores deveriam utilizar o sistema como apoio a sala de aula.

7. Trabalhos Relacionados

Foram encontrados 2 principais trabalhos relacionados ao PAT2Math. Algebrain (Alpert, 1999) é um STI web destinado a aprendizagem de equações algébricas do 1º grau. Ele também apresenta um módulo de resolução de equações, porém este é bem mais limitado em número de operações. Além disso, ele não é capaz de mostrar ao aluno a resolução correta do exercício quando esse estiver em dificuldade. O objeto de aprendizagem do projeto INTERRED apresenta explanações sobre o conteúdo e exercícios de múltipla escolha, sendo o gabarito apresentado apenas ao final da resolução de uma série de exercícios propostos, bem como a explicação da solução (http://wiki.sj.cefetsc.edu.br/wiki/images/5/5f/Aula_nocoas_de_algebra_pronto1.swf). PAT2Math se difere deste pelos seguintes aspectos: (i) por buscar uma melhoria na usabilidade da interface, enriquecendo a experiência do usuário através de páginas dinâmicas e execução de código em lado cliente; (ii) quanto a abordagem do conteúdo, pois a linguagem/nomenclatura apresentada pelo sistema visa adequar-se à realidade escolar brasileira. Além disso, (iii) o PAT2Math é inteligente e capaz de corrigir em tempo real os passos da solução apresentada pelo aluno, bem como demonstrar a correta

resolução. Desta forma, ele é capaz de ajudar o aluno através de dicas sobre quais são as operações possíveis de se realizar com a equação corrente, estas acessíveis através do botão dica, assim como exibir o próximo passo de resolução, ou mesmo a resolução completa.

8. Conclusões e Trabalhos Futuros

Os resultados iniciais evidenciam melhorias para o *software* ser eficaz no processo de ensino e aprendizagem de álgebra, no entanto novos experimentos são necessários para validar a ferramenta.

O PATEquation está sendo integrado a outros agentes do STI PAT2Math, entre os quais: o agente modelo de aluno e o agente tutor. Isso permitirá ao STI identificar habilidades que o aluno adquiriu ou não e escolher exercícios e explicações adequadas para desenvolver essas habilidades. Pretende-se também incorporar regras relacionadas às principais *misconceptions* dos alunos, a fim de verificar os erros mais comuns realizados pelos alunos e fornecer explicações adequadas. Futuramente o tutor trabalhará com a afetividade do aluno, adaptando o tutor ao estado emocional do aluno de forma a motivá-lo a continuar o estudo.

9. Agradecimentos

O grupo agradece a UNISINOS, CNPq e FAPERGS pelo apoio através das bolsas de Iniciação Científica e de mestrado.

Referências

- Alpert, S.; Singley, M.; Fairweather P. (1999) Deploying Intelligent Tutors on the Web: An Architecture and an Example. In IJAIED, 10(2), pp. 183-197.
- Anderson, J., Corbett, A. T., Fincham, J., Hoffman, D. and Pelletier, R. (1992) "General principles for an intelligent tutoring architecture". In: Cognitive Approaches to Automated Instruction. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Cabeda, M. (2004) "Inclusão Digital e Educação On-line em Prol da Cidadania: pontos para reflexão". In: Revista Brasileira de Aprendizagem Aberta e a Distância, SP.
- Cury, H. N.; Konzen, B.(2006) "Análise de resoluções de questões em matemática: as etapas do processo". In: Educação matemática em revista, SP, v. 7, n. 7, p. 33-41.
- Fiorentini, D.; Morin, M. Â. (2001)(Org.). "Por trás da porta, que matemática acontece?" Campinas, SP: FE/Unicamp – Cempem.
- Gardete, C., César, M. (2006) "Equação (im)possível: Um caminho para a sua solução". In: Actas do XVII seminário de investigação em educação matemática. APM.
- Mcneil, N.M., Alibali, M.W. (2004) "You'll see what you mean: students encode equations based on their knowledge of arithmetic". In: Cognitive science, 28(3).
- Potka, J.; Mutter, S. (1988). Intelligent Tutoring Systems: Lessons Learned. LEA.
- Schliemann, A. D. (1995)"Na vida dez, na escola zero. 10ª edição. São Paulo: Cortez.
- Seffrin, H., Rubi, G., Mello, G. , Carlotto, T.; Jaques P. (2009) "Um resolvidor de equações algébricas como ferramenta de apoio à sala de aula no ensino de equações algébricas". In: XV WIE - XXIX CSBC, Bento Gonçalves.
- Stacey, K. and MacGregor, M. (2000) "Learning the Algebraic Method of Solving Problems". In: Journal of Mathematical Behavior.