
Experiências física e lógico-matemática em Espaço e Forma: uma arquitetura pedagógica de uso integrado de recursos manipulativos digitais e não-digitais

Daniela Stevanin Hoffmann, Elisa Friedrich Martins, Marcus Vinicius de A. Basso

Instituto de Matemática – Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)
Porto Alegre – RS – Brasil

daniela.hoffmann@ufrgs.br, titamat@yahoo.com.br, mbasso@ufrgs.br

***Abstract.** This article presents a pedagogic architecture of integrated use of digital and their similar non-digital manipulative resources in situations of teaching and learning mathematics. The implementation of this proposal is grounded in Piagetian theory of knowledge building. It resulted in a data set which allows to infer about its didactics adequacy in different educational environments. Analysis of learning experiences supported by the exploration of such resources and registered in virtual environment are presented. Prospects for continuation and expansion of developing materials are placed as closure of the text.*

***Resumo.** Este artigo apresenta uma arquitetura pedagógica de uso integrado de recursos manipulativos digitais e seus similares não-digitais em situações de ensino-aprendizagem de matemática. A implementação dessa proposta, ancorada na teoria piagetiana de construção de conhecimentos, resultou num conjunto de dados que nos permitem concluir quanto a sua adequação didática em diferentes âmbitos educativos. Apresenta também, análise de aprendizagens apoiadas na exploração de tais recursos, registradas em ambiente virtual. Perspectivas de continuação e expansão da elaboração de materiais são colocadas como fechamento do texto.*

1. Introdução

O debate em torno do papel desempenhado pelo uso de materiais concretos no processo de ensino-aprendizagem de matemática não é recente. Essa discussão sobre o uso de materiais manipulativos poderia ser remetida a Comenius (1997) no clássico *Didactica Magna* e, ainda assim, de modo algum se encontraria esgotada. Indo além, é necessário agregar um novo conjunto de materiais manipulativos a essa discussão: os objetos digitais de aprendizagem.

Nesse artigo, apresentaremos os resultados obtidos em diferentes situações de ensino nas quais foram utilizados objetos manipulativos digitais e não-digitais de aprendizagem e, à luz da teoria de construção de conhecimento de Piaget, analisamos e discutimos tais resultados. O contexto das ações de ensino se inserem em um Curso de Formação de Professores dos Anos Iniciais, voltado para a formação de professores desse nível de ensino e uma Oficina da qual participaram professores e estudantes ligados à área da Ciência da Computação.

Na seção dois deste trabalho, apresentamos as bases teóricas do processo de aprendizagem em matemática estabelecendo um paralelo entre objetos digitais e não-digitais de aprendizagem com base nessa teoria. Na seção três, tratamos da arquitetura pedagógica preconizada pela equipe de docentes e estudantes que trabalham tanto no design dos objetos quanto no design dos Cursos desenvolvidos. Também, nessa seção, apresentamos materiais utilizados nas atividades que vêm sendo desenvolvidas pela equipe expondo aspectos que justificam a utilização concomitante tanto de objetos digitais quanto de não-digitais no ensino-aprendizagem de Matemática. Na seção quatro, analisamos situações experienciadas por alunos de Cursos oferecidos segundo a arquitetura pedagógica proposta e, finalmente, na seção cinco, apontamos conclusões ancoradas nos dados e análises desenvolvidas bem como levantamos possibilidades para a continuidade do trabalho.

2. Bases teóricas

Toda significação de um objeto resulta da atividade do sujeito, seja da interação com a realidade física ou com o que é engendrado internamente, e diz o que se pode fazer com ele, dá modos de como descrevê-lo, classificá-lo e conceituá-lo. Significações são, assim, atribuições conferidas às propriedades, aos objetos, aos conceitos e às próprias ações do sujeito que resultam da assimilação a partir de observáveis. “Um observável é aquilo que a experiência permite constatar por uma leitura imediata dos fatos por si mesmos evidentes” [Piaget 1976, p. 46] e, acima de tudo, é aquilo que o sujeito acredita constatar de acordo com seus sistemas de significação. Existe aquilo que é observável do sujeito e aquilo que é observável do objeto, isto é, o que é constatado pelo sujeito em suas próprias ações e o que é registrado no objeto como uma característica ou propriedade sua.

A construção de conhecimento envolve implicações entre significações, assim, das ações aos enunciados, as significações resultam de suas aplicações, ou seja, das relações e das coordenações estabelecidas pelo sujeito. Enfim, para construir conhecimento, é preciso reestruturar as significações anteriores – a ideia que o aprendiz traz consigo –, produzindo diferenciações e integrando as novas significações ao sistema de significados do sujeito. Essa integração resulta da atividade de diferentes sistemas lógicos do sujeito, que interagem entre si e com os objetos a assimilar ou com os problemas a resolver. A aprendizagem fica vinculada à interação do aprendente com seu objeto de estudo. Mas como interagir com a Matemática e seus conceitos abstratos? De que forma os professores de Matemática podem proporcionar a interação de seus alunos com o conhecimento matemático, romper a barreira da exposição e colocar os educandos em uma posição ativa em que suas ações e proposições sejam oportunizadas, incentivadas, respeitadas e reconhecidas? Que papel as tecnologias digitais podem representar no conjunto dessas ações?

De acordo com a perspectiva da Epistemologia Genética, colocar o aluno em interação com diversos conceitos matemáticos, via utilização de variados recursos didático-pedagógicos, seria uma alternativa para sala de aula. Por que razão e de que recursos estamos falando? Recursos manipulativos, digitais e não-digitais, podem possibilitar a exploração de propriedades observáveis pelas crianças, pois, quanto mais diversificadas forem as formas (objetos virtuais, objetos não-virtuais, desenhos, produções textuais, etc.) com as quais os alunos tenham oportunidade de manipulação

livre e experimentação a fim de conhecer o objeto, operar com suas propriedades, quanto maiores forem as trocas entre os pares e com o professor, nas quais estão incluídos conteúdos atitudinais (trabalho em equipe, cooperação, respeito, solidariedade, etc), quanto mais situações-problema, nas quais os alunos encontrem significado e possam se envolver criativamente, maiores as probabilidades de que esses conceitos sejam aprendidos e não simplesmente decorados para serem repetidos.

Poderia haver algum argumento acerca da possibilidade de que a variedade de referências às propriedades físicas dos objetos possam prejudicar o desenvolvimento da dedução e da racionalidade pura que caracteriza essa disciplina? Sim. Entretanto, se negligenciarmos a importância da experimentação, podemos dificultar – e, até mesmo impedir –, um desenvolvimento mais completo e abrangente das estruturas cognitivas. O papel inicial das ações e experiências lógico-matemáticas, longe de impedir o posterior desenvolvimento de pensamento dedutivo, constitui-se como preparação para tal, pois as coordenações dessas ações e experiências, enquanto são interiorizadas, propiciam o surgimento de um tipo particular de abstração que corresponde à abstração lógica e matemática [Piaget 1987].

Cabe diferenciar dois tipos de experiência: a experiência física, que modifica características como posição, forma, cor, tamanho, etc.; a experiência lógico-matemática que consiste em transformar o objeto com o propósito de conhecê-lo, atribuindo-lhe novas propriedades ou relações, conservando suas propriedades ou relações anteriores, ao mesmo tempo que as completam com sistemas de classificações, ordenações, estabelecimentos de correspondência, enumerações ou medidas, etc. [Piaget 1973]. Esse tipo de experiência retira informação das ações e da coordenação dessas ações executadas sobre os objetos, não das propriedades físicas de objetos particulares. A experiência lógico-matemática dá-se a partir da coordenação geral das ações de juntar coisas, ordená-las, seriá-las, etc. É uma experiência das ações do sujeito e não de objetos em si mesmos, necessária antes mesmo da possibilidade de ocorrerem operações. Uma vez que as operações são atingidas, ela torna-se dispensável e a coordenação das ações pode ocorrer por si mesma, sob a forma de dedução e construção de estruturas abstratas. Da mesma forma que com os objetos não-digitais, os objetos digitais possibilitam experiências lógico-matemáticas a partir de experiências físicas. A organização dos esquemas de ação ocorre a partir da observação e da manipulação livre desses objetos.

Analisemos uma situação. Um dos objetos digitais elaborados é o Simetrizador (Figura 1). Esse objeto permite que o sujeito realize rotações e reflexões de diferentes imagens para a composição de um mosaico. Para preencher o espaço usando as figuras disponíveis é preciso reconhecer onde as figuras se encaixam e fazer as devidas rotações ou reflexões com cada uma das figuras a ser inserida no mosaico. As rotações, reflexões e possibilidades de encaixe são observáveis com a manipulação livre. Para encaixar as figuras é preciso organizar os esquemas de ação, a partir das abstrações feitas, e girar, refletir e encaixar as figuras.

As operações lógico-matemáticas estão ligadas às ações mais gerais aplicáveis aos objetos – agrupar, separar, ordenar, estabelecer correspondência, etc. Inicialmente, essas ações, especializadas em função do objeto e do seu aspecto físico, consistem em transformações materiais e/ou mentais realizadas sobre os próprios objetos. Na sequência, tais ações abrangem as coordenações gerais entre as ações e, assim, as

operações lógico-matemáticas tornam-se delineadas pela experiência das próprias ações do sujeito, da representação e das coordenações sobre tais e não mais apenas como uma experiência de objetos em si mesmos. A diferenciação entre operações físicas e lógico-matemáticas aumenta à medida que o sujeito distingue os elementos específicos do objeto dos elementos generalizadores da ação, isto é, ao que pode deduzir-se da coordenação da ação sobre o objeto. Ao passo que essas operações são atingidas, a experiência pode tornar-se não mais necessária e a coordenação das ações pode ocorrer por si mesma, sob a forma de dedução e construção de estruturas abstratas [Piaget 1987]. Enfim, as operações lógico-matemáticas assumem um caráter axiomático, generalizando formalizações independentemente de qualquer tipo de experiência. O sujeito dispensa a ação física e as coordenações das ações especializadas passam a ser casos particulares das ações possíveis.

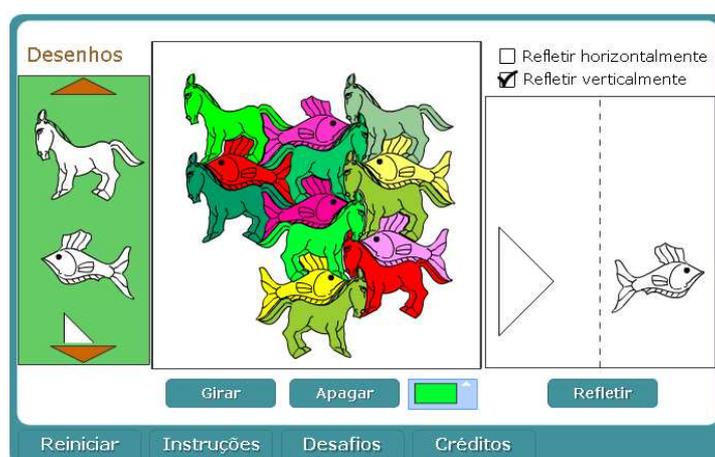


Figura 1. Objeto Digital de Aprendizagem Simetrizador

Em outras palavras, o pensamento matemático desenvolve-se a partir de ações suscetíveis a repetições e, depois, a generalizações. O desenvolvimento dos entes matemáticos é originado na coordenação de ações do sujeito sobre o objeto que se distancia cada vez mais do objeto em si, mas pode reencontrá-lo e valer-se dele em qualquer nível de profundidade que sua análise física possa conduzir [Piaget 1987]. Assim, o trabalho com recursos digitais e não-digitais fornece suporte tanto para as experiências físicas que são base para as operações lógico-matemáticas que, ulteriormente, podem dispensar a ação manipulativa, quanto para as experiências lógico-matemáticas que, da mesma forma, têm papel imprescindível na generalização das ações e das coordenações das ações do sujeito.

3. Arquitetura Pedagógica e Materiais

Um grupo de professores e estudantes de matemática, com apoio do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, vem desenvolvendo o Projeto Mídias Digitais para Matemática, no qual dedicam-se, desde 2007, a elaborar materiais para serem utilizados junto a professores e estudantes das séries iniciais do ensino fundamental. Esse material é estruturado a partir de conceitos matemáticos a serem trabalhados com diferentes faixas etárias, colocando ideias com diversos níveis de dificuldade e utilizando diferentes recursos. Disponível e público, o site é composto por: ideias de atividades,

sugestões de materiais digitais e não-digitais, objetos de aprendizagem desenvolvidos com a tecnologia flash, indicação de leituras para os professores e vídeos da TV Escola.

O material digital foi, originalmente, pensado para a interdisciplina Representação do Mundo pela Matemática, integrante do currículo do curso de Licenciatura em Pedagogia a Distância (Curso PEAD) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Ele segue em desenvolvimento em função da aceitação obtida durante a utilização neste trabalho e da potencialidade que apresenta para o trabalho presencial e a distância na formação de professores. Neste sentido, oficinas já foram oferecidas, por exemplo, no XV Workshop Sobre Informática na Escola e outras estão por acontecer.

Mesmo voltado para a formação de professores, parte do material é destinada para ser usada diretamente com as crianças. Os conceitos matemáticos são explorados a partir de atividades que se valem tanto de dispositivos multimídia quanto de materiais não-digitais para criarem diversas situações nas quais sejam possíveis identificar as invariantes operatórias dos conceitos que são representados das mais variadas formas [Vergnaud 1985]. Tanto os objetos virtuais desenvolvidos com tecnologia flash quanto os materiais não-digitais visam favorecer a interação entre sujeitos e objetos de conhecimento – conceitos matemáticos – de uma maneira diferenciada em relação ao que se apresenta em livros didáticos impressos.

Partindo dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) foi feito um levantamento dos conteúdos conceituais e procedimentais a serem abordados nos anos iniciais do ensino fundamental em matemática. Além de contemplar esses conteúdos foram pensadas e apresentadas relações entre esses conteúdos e maneiras de trabalhar mais de um na mesma atividade. Essas relações aparecem em um mapa que está organizado a partir de cinco grandes áreas baseado nos PCN: Conceitos Gerais (anteriores ao ensino fundamental), Números e Operações, Tratamento da Informação, Grandezas e Medidas e Espaço e Forma (Figura 2).

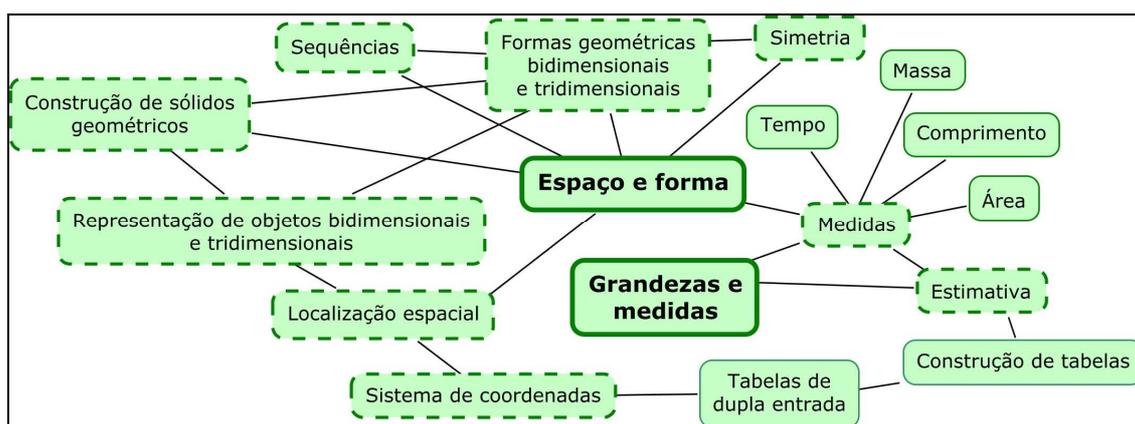


Figura 2. Extrato do mapa relacional dos conteúdos abordados no material

Neste artigo, apresentamos um extrato do mapa com algumas relações estabelecidas entre os conteúdos das áreas de Espaço e Forma e Grandezas e Medidas que são explorados nos exemplos e objetos discutidos.

No trabalho com sólidos geométricos, dois objetos desenvolvidos e explorados são o Construção de Cubos e o Fábrica de Cubos. Ambos emulam o trabalho com policubos afim de desenvolver visualização, representação espacial e perspectiva.

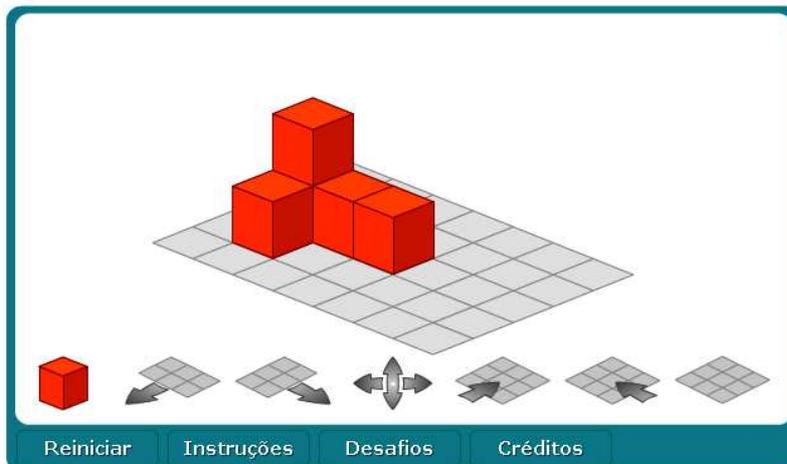


Figura 3. Menu do site e objeto Construção com Cubos.

O Construção de Cubos é um objeto de exploração livre, isto é, ele não determina caminhos a serem seguidos, não tem um objetivo a ser conquistado. O objeto permite que o sujeito realize qualquer construção desde que respeitando que não hajam cubos “no ar”; visualize a construção, a qualquer momento, sob diferentes pontos de vista utilizando o menu inferior (rotação do objeto em relação a um eixo perpendicular à malha sobre a qual foi erguido e vista superior); acrescente ou retire unidades de área da malha que serve de base para a construção. Para construir um sólido com esse objeto é preciso arrastar um cubo de cada vez até a malha. Para acrescentar ou retirar unidades de área utilizamos o segundo, o terceiro, o quinto ou o sexto botão do menu inferior. Uma construção realizada neste objeto pode ser observada de diferentes pontos de vista, mantendo-se claramente sua composição espacial (Figuras 3, 4 e 5).

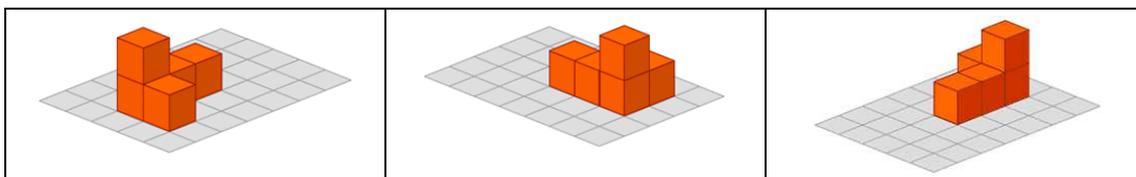


Figura 4. Rotações do objeto construído.

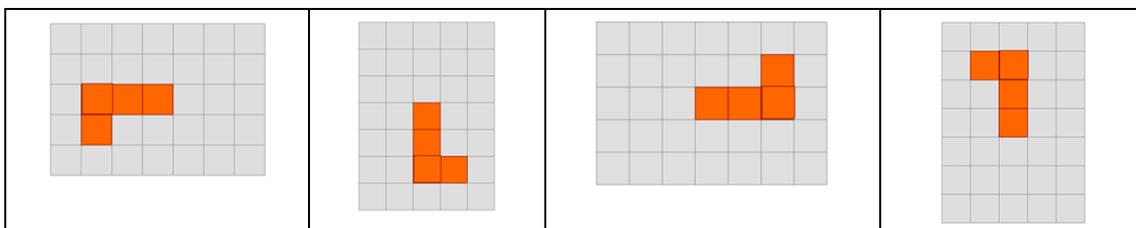


Figura 5. Rotações da vista superior da construção.

O objeto Fábrica de Cubos permite a representação bidimensional de uma construção com cubos. No objeto, uma composição para ser representada sob diferentes pontos de vista precisa ser desenhada uma vez para cada um desses pontos de vista (Figuras 6 e 7). Observando as diferentes representações de uma mesma construção neste objeto, não é, inicialmente, de todo evidente que a composição espacial é a mesma. Esta invariância precisa ser compreendida e atribuída pelo sujeito a composição

que ele constrói e representa a cada vez que ele elabora uma nova representação da composição construída.

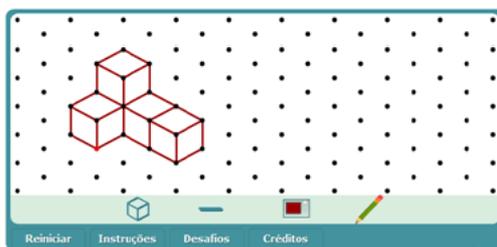


Figura 6. Objeto Fábrica de Cubos

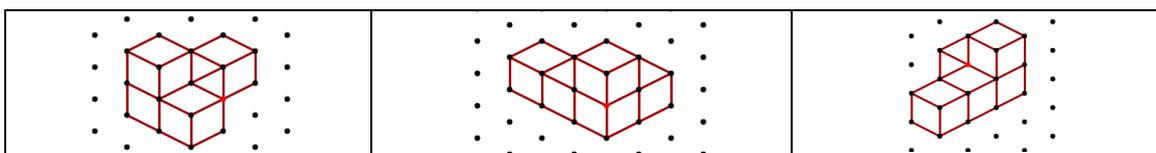


Figura 7. Rotações desenhadas no Fábrica de Cubos com a malha isométrica

O objeto possibilita escolher trabalhar com malha quadrada, na qual podem ser realizadas as representações via plano de cota e vista ortográfica (Figura 8), e com malha isométrica na qual representa-se a perspectiva isométrica (Figuras 6 e 7).

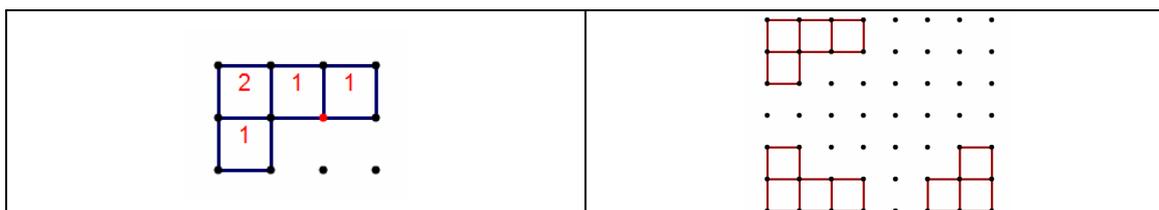


Figura 8. Malha quadrada (plano de cota e vista ortográfica)

A utilização dos objetos pode ser paralela ao uso dos policubos e de folhas com malhas pontilhadas. Assim, trabalha-se com representações verbais, da ação, pictóricas e computacionais. Na oficina do WIE os participantes receberam um plano de cotas, montaram o respectivo sólido com material dourado e o representaram em papel pontilhado isométrico (Figura 9).



Figura 9. Oficina WIE 2009



Figura 10. Alunos de 5as e 6as séries

Depois, partindo da representação que fizeram, construíram o mesmo sólido no objeto Construção com Cubos. Os estudantes de 5^{as} e 6^{as} séries construíram,

primeiramente, um sólido qualquer no mesmo objeto e o reproduziram com os policubos. Observando as construções digital e não-digital, representaram o sólido em papel pontilhado (Figura 10) e no objeto Fábrica de Cubos em diversas posições e sob diferentes ângulos.

4. Resultados

Uma das atividades propostas para o trabalho com os alunos do Curso PEAD envolveu os dois objetos digitais explorados na seção anterior. A atividade consistia em construir um sólido no objeto Construção com Cubos, representá-lo usando a malha isométrica e a malha quadrada no Fábrica de Cubos, publicar as imagens obtidas. Além disso, deveriam escrever um comentário sobre as dificuldades encontradas na realização da tarefa e apresentar uma proposta de trabalho que poderia ser aplicada com seus alunos. A produção dos alunos foi registrada em PBWORKS e é material de análise de resultados neste artigo.

A representação virtual, na tela do computador, é produzida pela manipulação do sujeito, o que exige dele um pensar sobre os objetos, suas ações, e sobre as propriedades de ambos. Esses itens não são mais simples impressões visuais, mas são objetos concreto-abstratos que devem estar sob constante controle conceitual, o que favorece o desenvolvimento de habilidades que caracterizam o pensar matemático: estabelecer relações, conjecturar, generalizar, buscar explicações.

A aluna-professora Daniela apresenta duas versões para cada representação que fez no objeto Fábrica de Cubos da construção que elaborou “Com os bloquinhos foi bem fácil de construir a escada.” no outro objeto (Figura 11).

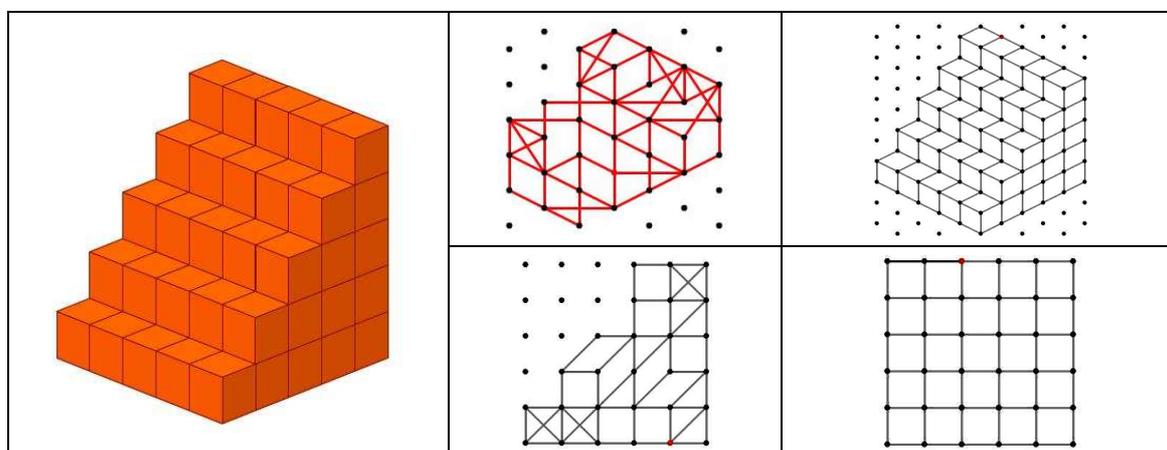


Figura 11. Construção escada com representações isométrica e ortográfica

As imagens inicial e final que temos, tanto da representação na malha quadrada quanto na malha isométrica, são o espelho das “várias tentativas” que a aluna descreve ter realizado mediante seu estudo, exploração dos objetos e análise dos materiais. Ao utilizar-se da representação verbal para explicar as representações pictóricas construídas digitalmente, a aluna-professora sistematiza sua construção, torna explícitas as invariantes operatórias e os esquemas de ação utilizados na realização da atividade. É dessa forma que, a partir da ação, o aluno entra em contato com a formalização do conhecimento matemático, começando do fazer para o abstrair: “Para criar a escada com os bloquinhos fiz a contagem de quantos usei. Na figura da escada vista de cima fiz

como se estivesse vendo a minha escada de um outro ângulo. Na imagem de lado contei os bloquinhos da frente e os do lado para poder montá-la.”

A aluna-professora Jaqueline, ao pensar em sua prática de sala de aula, abdica da tecnologia digital e propõe uma atividade com material não-digital “Com meus alunos desenvolveria este trabalho utilizando caixinhas de fósforos”. O objetivo de sua proposta seria “criar um objeto utilizando as caixinhas de fósforo em grupo (mesa, livro, sofá, letras, números, etc.) em um espaço onde pudessem andar em volta para observar e registrar através de desenho os diversos ângulos (de cima para baixo, de lado,...) notando que dependendo de onde estamos olhando a mesma figura fica diferente.” No depoimento da aluna, identifica-se a aproximação da prática proposta por ela com a atividade solicitada pela equipe da interdisciplina que previa a exploração livre dos objetos digitais: “a primeira construção (Construção com Cubos) gostei mais pois podia movimentar para observar de vários ângulos, ver onde colocaria mais ou menos cubos e onde estaria faltando”. Ou seja, a professora pretendia que seus alunos tivessem a mesma oportunidade que ela teve para aprender sobre as diferentes representações de um mesmo objeto segundo diferentes pontos de vista e fez isso transferindo a atividade do digital para o não-digital sem prejuízo das experiências física e lógico-matemática subjacentes.

5. Conclusões e Perspectivas

Para além das discussões que envolvem o uso de materiais concretos não-digitais no processo de ensino-aprendizagem de matemática, nesse artigo foram apresentados dados que se constituem em argumentos favoráveis ao uso integrado de recursos digitais e não-digitais nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática.

Os resultados obtidos em três situações de ensino-aprendizagem nas quais foi empregada essa proposta de uso integrado de recursos digitais e não-digitais na construção de conceitos de Matemática, os resultados foram similares. Na primeira, em larga escala, um público formado por cerca de 300 professores leigos experienciou a proposta descrita e, posteriormente, a utilizaram em suas próprias salas de aula; na segunda, aplicada em classes regulares formadas por estudantes de 5^{as} e 6^{as} séries do Ensino Básico, os resultados, também, apontaram para a aprendizagem de conceitos, bem como, da nomenclatura matemática presentes nos estudos; e, finalmente, na terceira, estudantes e profissionais da área da Ciência da Computação, em oficina destinada para disseminar a proposta, concluíram quanto a adequação das abordagens que descrevemos nesse artigo.

Com base nos resultados obtidos até o momento e diante do atual estágio de desenvolvimento desse trabalho, podemos afirmar que, tanto o trabalho com o material digital quanto com o não-digital utilizados em experiências físicas podem servir de base para as experiências lógico-matemáticas, ou seja, aquilo que é engendrado internamente, as operações do sujeito e, conseqüentemente, o conhecimento que ele constrói a partir das tais experiências físicas. Nesse sentido, diferentes modos de pensar, estratégias, palpites, hipóteses, formulações, etc., podem surgir de um conflito cognitivo e da ação do sujeito em direção ao reequilíbrio. Pode-se fazer uma relação entre o pensar matemático e o trabalho com tecnologia, no que trata da diversidade de explorações e criações possíveis acerca de um conceito matemático. De maneira digital e não-digital

são diversas as formas de representar o conhecimento, o que contribui para a construção do mesmo: 1. a representação verbal, que pode ser desde uma conversa informal no MSN até o registro escrito de uma demonstração de obtenção de um resultado matemático; 2. a representação da ação, que pode ser o aprendiz realizando uma experimentação ou praticando um movimento a fim de fazer-se compreender; 3a representação pictórica, que comunica informações por meio de gráficos e desenhos ou esboça uma fotografia de situações fora do contexto do momento.

Na continuidade das investigações sobre a integração de recursos digitais e não-digitais nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática, o grupo de pesquisa encontra-se diante de novas indagações e propósitos: 1. Essa integração de recursos pode desempenhar um papel importante na construção de conceitos mais avançados de Matemática? e 2. Que novos materiais digitais e não-digitais podem ser desenvolvidos para auxiliar na construção de conceitos em matemática?

A equipe encontra-se diante de uma série de bons resultados no que diz respeito à apropriação de conceitos de Matemática via proposta descrita, por aqueles que foram sujeitos nas experiências relatadas. Tais resultados, no entanto, não tiram o foco do grupo em manter seu permanente questionamento em torno das razões que tem levado a obtenção desses resultados. Além disso, a produção de novos materiais também poderá servir para estabelecer novos questionamentos para o grupo em torno dessa proposta.

6. Referências

- Aluna 1 (2008) <http://minhasreflexoes.pbworks.com/Espaço+e+forma+atividade+4>
- Aluna 2 (2008) <http://japavi.pbworks.com/Wiki%2520de%2520Matem%25C3%25A1tica>
- Comenius (1997) *Didactica Magna*. Martins Fontes: São Paulo.
- Copeland, R.W. (1974) *How Children Learn Mathematics. Teaching Implications of Piaget's Research*. Macmillan Publishing Co. New York.
- Laborde, C., Vergnaud, G. (2006). *Researches on The Training And The Teaching Of Mathematics*". In Gutierrez, Boero, P. *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. Past, Present and Future*. Sense Publishers, Rotterdam.
- MEC (1997) *Parâmetros e Referências Curriculares Nacionais. Matemática. Vol 3*. Brasília.
- Piaget, J. (1973) *Comentários sobre educação matemática*. In: *Developments in mathematical education: proceedings of the 2nd International Congress on mathematical education, 1972*. London: Cambridge University Press.
- Piaget, J. e Garcia, R. (1989) *Hacia una Lógica de Significaciones*. México: Gedisa,
- Piaget, J. *El Pensamiento Matemático*. Em *Introducción A La Epistemología Genética*, Vol 1. Editorial Paidós: Mexico, 1987.
- Representação do Mundo pela Matemática (2008) *Curso de Licenciatura em Pedagogia a Distância da Faculdade de Educação - UFRGS*. <<http://www.pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo4/matematica/>>. Acesso em 20 jul. 2008.
- Vergnaud, G. *Conceitos e Esquemas numa Teoria Operatória da Representação*. *Psychologie Française*, 30(3-4), Novembro 1985. [Tradução Mimeo].